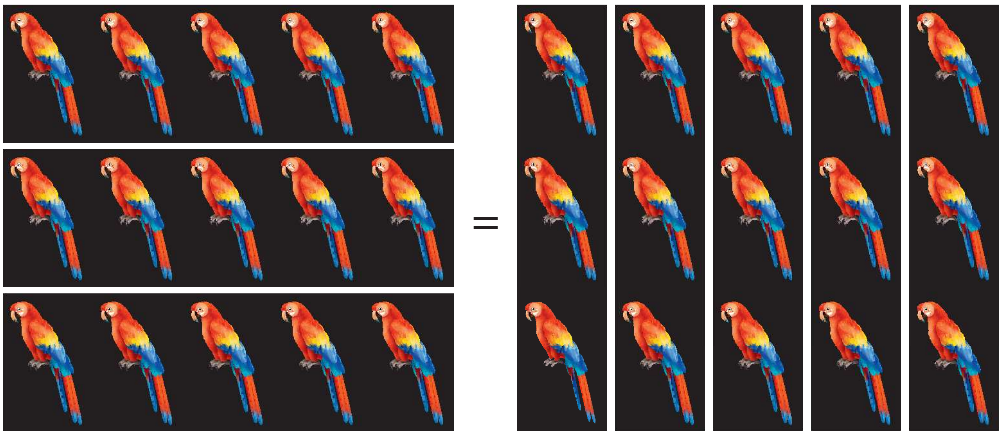
Multiplication et surface

Trois fois cinq est égal à quinze : 3 × 5 = 15.

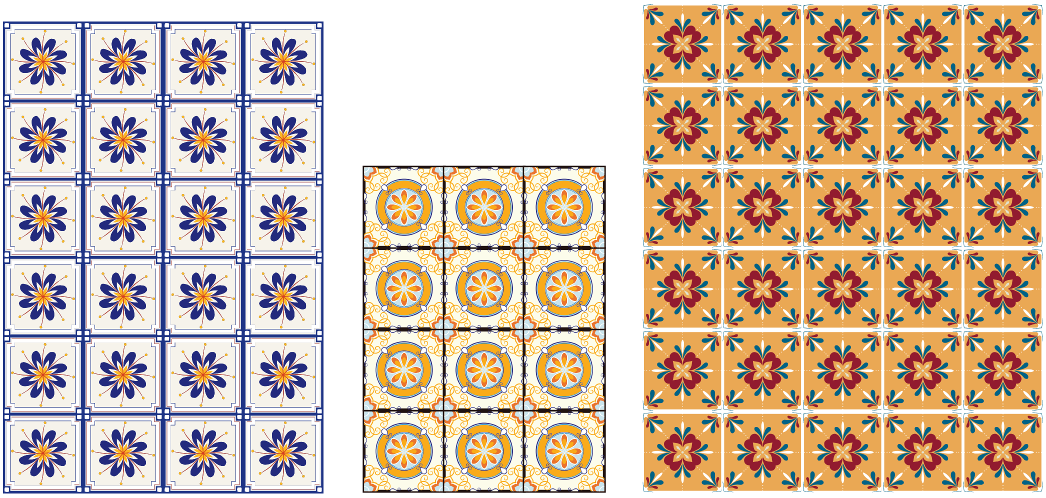
Cette égalité signifie qu'il est possible de disposer 15 objets en 3 rangées de 5. Le desssin ci-dessous montre qu'ils peuvent aussi être disposés en 5 rangées de 3. Autrement dit :



En croisant ces rangées, on obtient une disposition en rectangle : ce rectangle a un côté de longueur 5 et un côté de longueur 3.

On peut illustrer la même multiplication en dessinant plutôt les cases d'un quadrillage. Et on peut même supprimer les cases de ce rectangle en indiquant tout simplement les dimensions des côtés.

12 **Combien y a-t-il** carreaux dans chacun des carrelages représentés ?



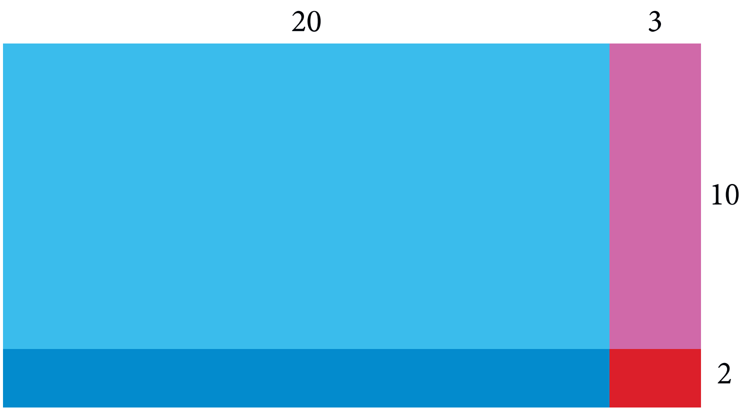
En interprétant le résultat d'une multiplication par une surface, tu vas mieux comprendre comment on a pu inventer la disposition que tu apprends à l'école pour faire une multiplication « à la main », lorsque tu connais tes tables de multiplication…

Supposons, par exemple que tu doives faire la multiplication 23 × 12.

Imagine qu'il s'agisse de la surface d'un champ rectangulaire de 23 mètres de longueur et 12 mètres de largeur. L'écriture décimale des nombres nous incite à décomposer en somme les mesures de ce champ :

$$23 = 20 + 3$$
$$12 = 10 + 2$$

Cela revient à découper ce champ en 4 morceaux comme sur la figure suivante :

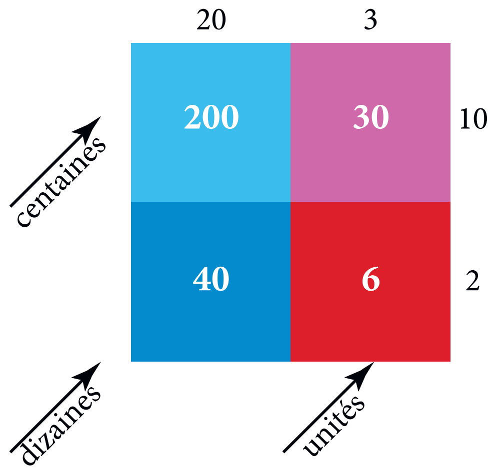


La surface, qui vaut 23×12, est la somme de 4 surfaces :

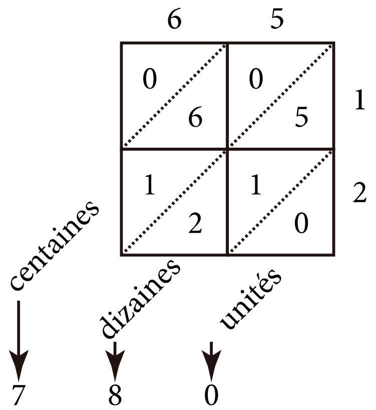
la bleu clair qui vaut 20×10, soit 200, et la rose qui vaut 3×10, soit 30,
la bleu foncé qui vaut 20×2, soit 40, et la rouge qui vaut 3×2, soit 6.

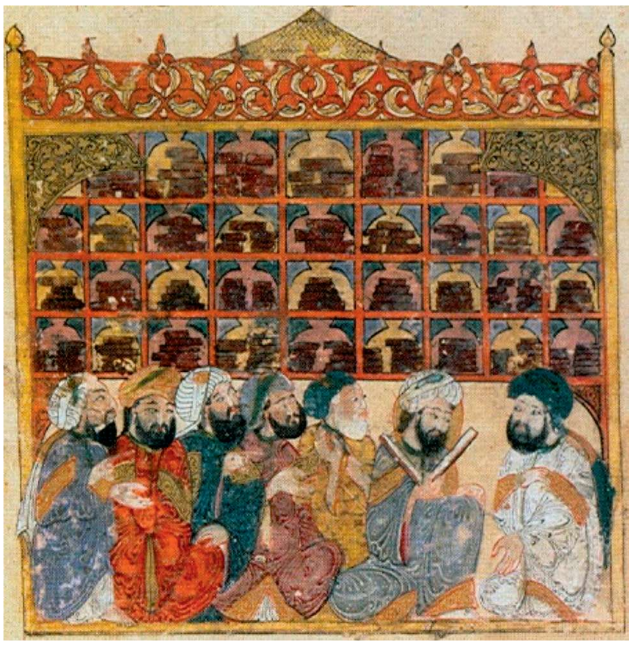
Dans le dessin ci-contre, nous avons remplacé le respect des dimensions par des valeurs numériques.
La surface cherchée est alors la somme de 2 centaines, 7 dizaines et 6 unités, soit 276 :

$$23 \times 12 = 200 + 70 + 6 = 276.$$



Cette technique de multiplication a été inventée par les calculateurs arabes il y a un peu moins de 1000 ans.
Et elle a même été améliorée, d'une part en n'écrivant pas les zéros des dizaines, des centaines… , d'autre part en coupant chaque case par une diagonale pour pouvoir écrire les produits qui dépassent dix.
Regarde, ci-dessous, comment les calculateurs du XII[e] siècle disposaient les calculs pour calculer le produit 65×12 :
dans la case du 5×2 , était écrit 10,
dans la case du 6×2 , était écrit 12,
et les sommes en diagonale donnent les nombres de centaines, dizaines et unités.

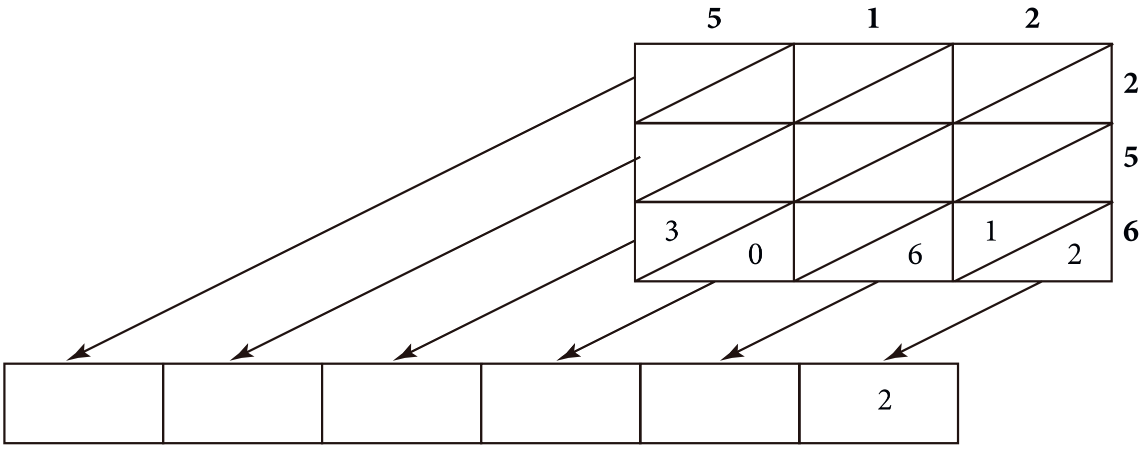




Réunion de mathématiciens dans une bibliothèque.

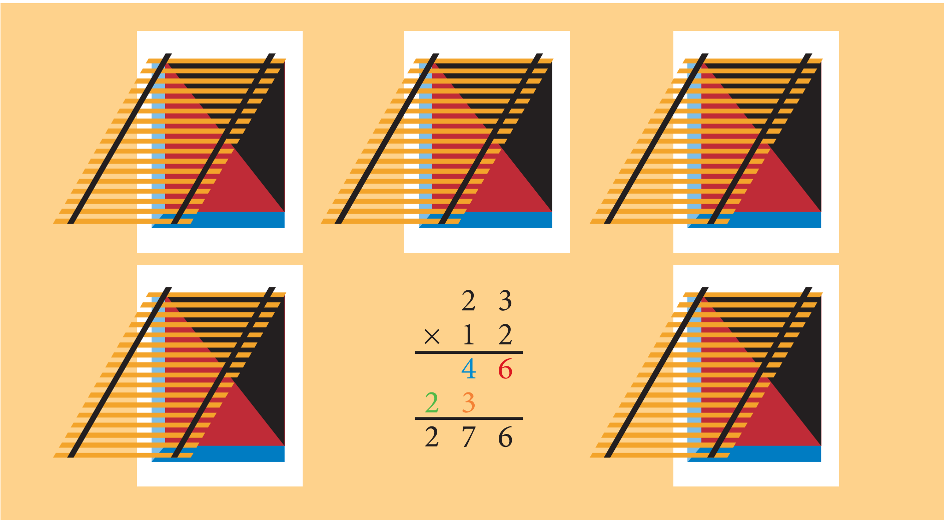
La technique reste « la même » si les nombres ont plus de deux chiffres, comme sur l'exercice suivant où nous t'avons préparé le calcul du produit de 512 par 256.

13 **À toi de compléter** le tableau de calcul.



Par la suite, le monde arabe devint un vaste marché, où chacun vendait ses produits et échangeait ses connaissances et ses découvertes : du Caire aux sources du Nil, jusqu'en Ethiopie, du Liban à l'Espagne, de la Turquie à l'Italie…

Cette technique de multiplication plut aux commerçants italiens, en particulier aux Napolitains ; ils l'appelèrent « multiplication par *jalousie* », du nom du volet articulé qui protégeait leur fenêtre de l'ardeur du soleil.



Tu peux, maintenant, comprendre pourquoi, lorsque nous faisons une multiplication, notre technique écrite actuelle fournit bien le bon résultat.

En effet, dans la disposition arabe (que nous t'avons expliquée) comme dans la disposition actuelle, on calcule les mêmes 4 produits : 2×3 2×2 1×3 et 1×2.

La seule différence est qu'on ne les écrit pas aux mêmes endroits.

En fait, tout se passe comme si on avait tapé un bon coup de côté sur la disposition arabe pour redresser les diagonales (et inversé les deux produits intermédiaires) :