Les petits classiques Kangourou

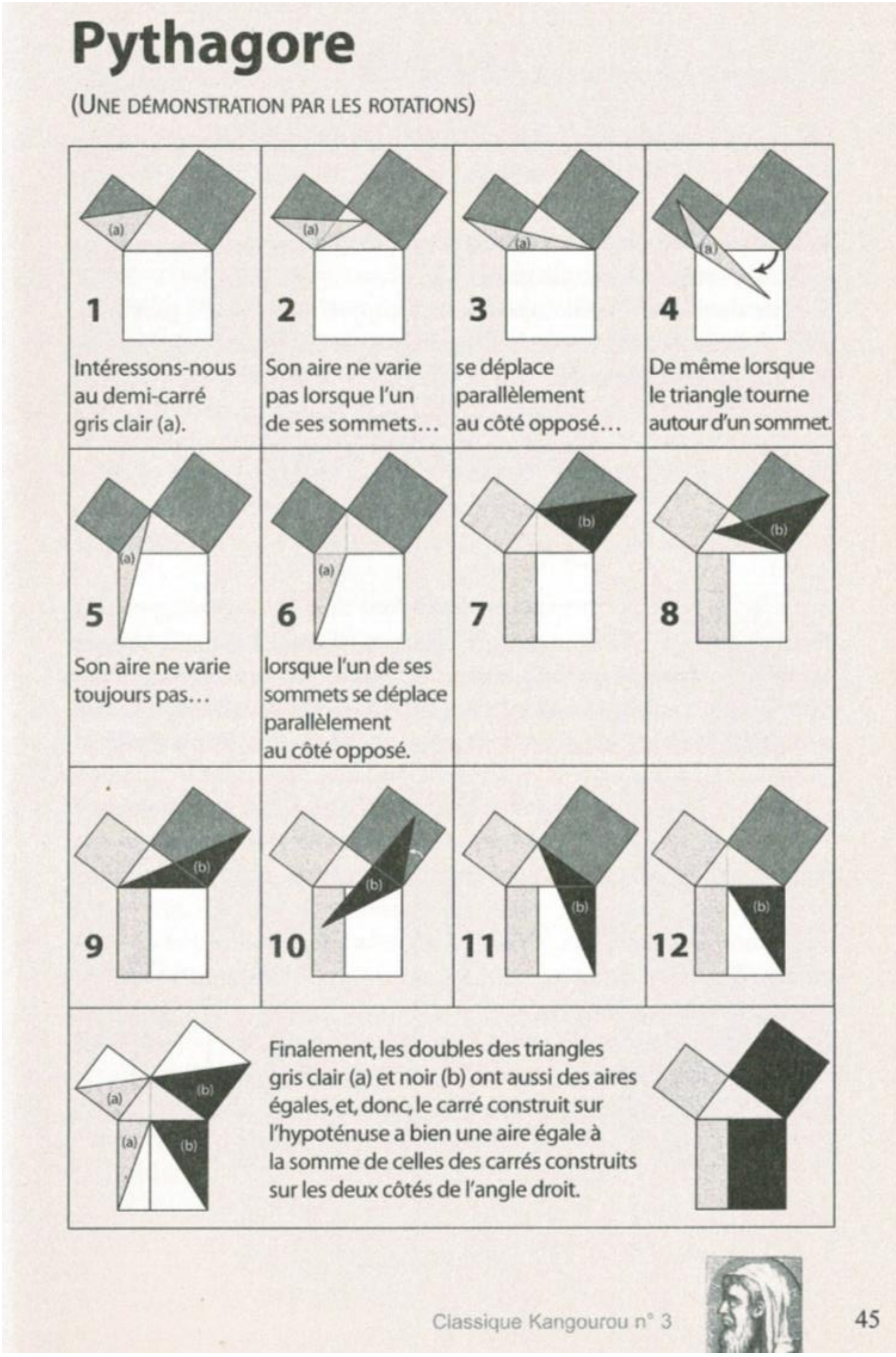
Les petits classiques Kangourou présentent des textes importants de mathématiques assortis de commentaires utiles à leur compréhension et à leur mise en perspective.

7 volumes sont déjà parus :
Euclide, les livres 1 et 2 des *Éléments d'Euclide*
Liu Hui, le chapitre 9 des *Neuf chapitres*
Alcuin, *Problèmes pour aiguiser l'esprit des jeunes*
Al-Khwârizmî, *L'algèbre et le calcul indien*
Fibonacci, le *Livre du calcul*
Descartes, *La géométrie*
Ozanam, *Récréations mathématiques.*
En projet : Pascal, à l'occasion de son quadricentenaire, Euler, …

Nous donnons, ci-après, les propositions 47 et 48 du livre I, qui énoncent le théorème de Pythagore et sa réciproque.
(Texte de François Peyrard*, Paris 1819, réédité par Albert Blanchard, 1993).

* Il disposait alors du *manuscrit 190* de la bibliothèque du Vatican.)

Voici d'abord, ci-contre, le film résumé de sa démonstration.

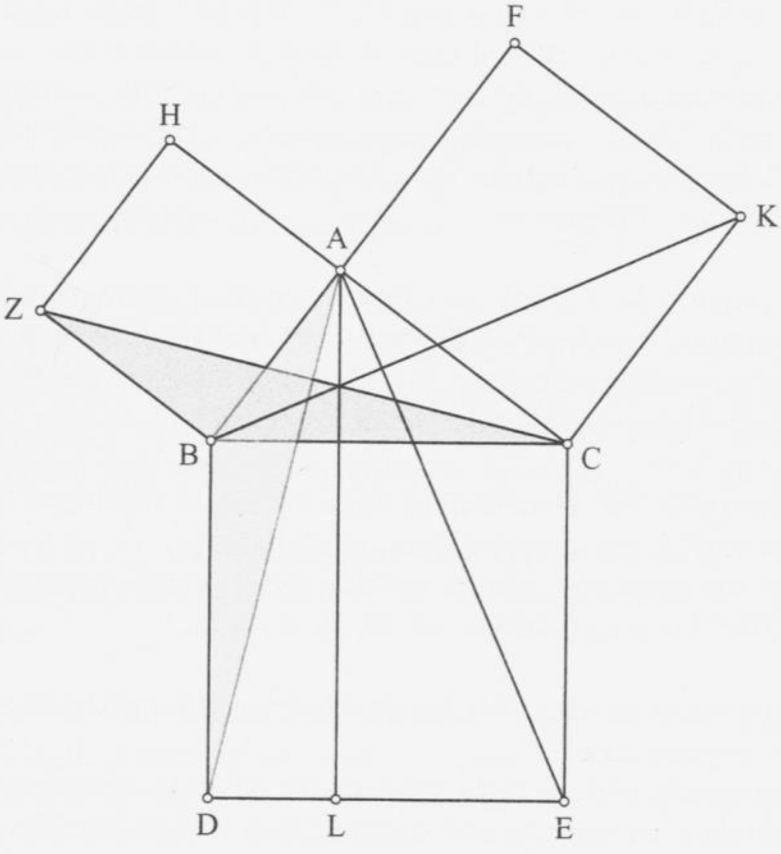


LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Propositions 47 et 48

PROPOSITION 47. Dans les triangles rectangles, le carré du côté opposé à l'angle droit est égal aux carrés des côtés qui comprennent l'angle droit.

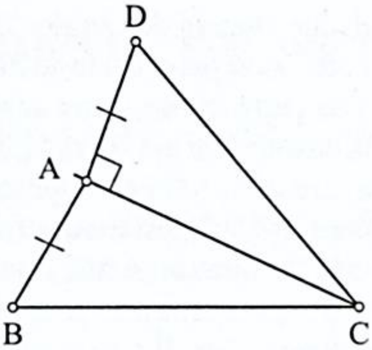
EXPOSITION. Soit ABC un triangle rectangle, que BAC soit l'angle droit ; je dis que le carré du côté BC est égal aux carrés des côtés BA, AC. Décrivons avec BC le carré BDEC, avec BA le carré BAHZ et avec AC le carré ACKF ; par le point A conduisons AL parallèle à l'une ou à l'autre des droites BD, CE et joignons AD, ZC.



Démonstration. Puisque chacun des angles BAC, BAH est droit, les deux droites AC, AH, non placées du même côté, font avec la droite BA au point A de cette droite, deux angles de suite égaux à deux droits ; donc la droite CA est dans la direction de AH ; la droite BA est dans la direction AF, par la même raison. Et puisque l'angle DBC est égal à l'angle ZBA, étant droits l'un et l'autre, si nous leur ajoutons l'angle commun ABC, l'angle entier DBA sera égal à l'angle entier ZBC (**notion 2**). Et puisque DB est égal à BC, et ZB à BA, les deux droites DB, BA sont égales aux deux droites CB, BZ, chacune à chacune ; mais l'angle DBA est égal à l'angle ZBC ; donc la base AD est égale à la base ZC et le triangle ABD est égal au triangle ZBC (**proposition 4**). Mais le parallélogramme BL est double du triangle ABD (**proposition 41**), car ils ont la même base BD et ils sont entre les mêmes parallèles BD, AL ; le carré BH est double du triangle ZBC, car ils ont la même base BZ et ils sont entre les mêmes parallèles ZB, HC ; et les grandeurs qui sont doubles de grandeurs égales sont égales entre elles (**notion 6**) ; donc le parallélogramme BL est égal au carré HB. Ayant joint AE, BK, nous démontrerons semblablement que le parallélogramme CL est égal au carré FC ; donc le carré entier BDEC est égal aux deux carrés HB, FC. Mais le carré BDEC est décrit avec BC, et les carrés HB, FC sont décrits avec BA, AC ; donc le carré du côté BC est égal aux carrés des côtés BA, AC. Donc dans les triangles rectangles, le carré du côté opposé à l'angle droit est égal aux carrés des côtés qui comprennent l'angle droit. Ce qu'il fallait démontrer.

Proposition 48. Si le carré d'un des côtés d'un triangle est égal aux carrés des deux côtés restants de ce triangle, l'angle contenu par les deux côtés restants est droit.

Exposition. Que le carré du côté BC du triangle ABC soit égal aux carrés des côtés BA, AC ; je dis que l'angle BAC est droit. Du point A, conduisons la droite AD perpendiculaire à AC (**proposition 11**), faisons AD égal à BA, et joignons DC.



Démonstration. Car puisque DA est égal à AB, la carré de DA est égal au carré de AB. Ajoutons le carré commun de AC ; les carrés des droites DA, AC seront égaux aux carrés des droites BA, AC. Mais le carré de DC est égal aux carrés des droites DA, AC (**proposition 47**), car l'angle DAC est droit, et le carré de BC est supposé égal aux carrés des droites BA, AC ; donc le carré de DC est égal au carré de BC ; donc le côté DC est égal au côté BC ; mais AD est égal à AB, et AC est commun ; donc les deux droites DA, AC sont égales aux deux droites BA, AC ; mais la base DC est égale à la base BC ; donc l'angle DAC est égal à l'angle BAC (**proposition 8**). Mais l'angle DAC est droit ; donc l'angle BAC est droit aussi. Donc, si le carré d'un des côtés d'un triangle est égal aux carrés des deux côtés restants de ce triangle, l'angle contenus par les deux côtés restants est droit. Ce qu'il fallait démontrer.

Fin du premier livre