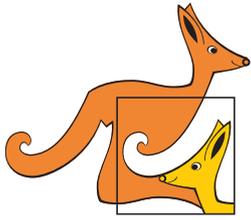


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour six millions de participants dans le monde.

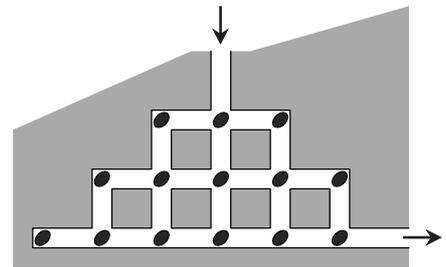
Jeu-concours 2011 • Durée : 50 minutes

Sujet S

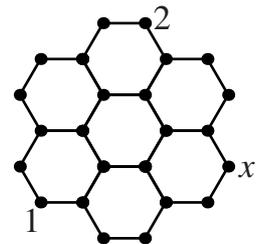
- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes consécutives depuis la première question, un score de 8 assurant un prix).
- Les classements sont séparés pour les Première S, les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**

- 1 Combien vaut 2011×2011 ?
A) 4 011 211 B) 4 011 211 C) 424 321 D) 424 321 E) 4 044 121

- 2 La souris Jerry entre dans un système de tunnels qui contient 14 morceaux de fromage (voir la figure ci-contre). Elle n'a pas le droit de passer deux fois au même endroit. Quel est le nombre maximum de morceaux de fromage qu'elle pourra manger avant de sortir ?
A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

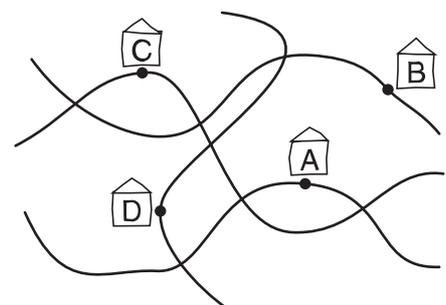


- 3 Sur la figure, on doit placer un nombre sur chaque point de telle sorte que les sommes des deux nombres aux extrémités de chaque segment soient toutes les mêmes. Deux nombres sont déjà placés. Quel nombre devra-t-on placer à la place de x ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) il manque des informations

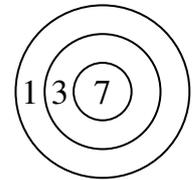


- 4 Sachant que $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$, combien vaut n ?
A) 670 B) 1005 C) 1006 D) 2010 E) 2011

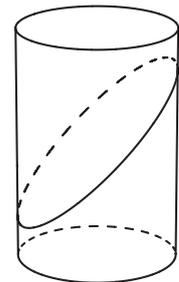
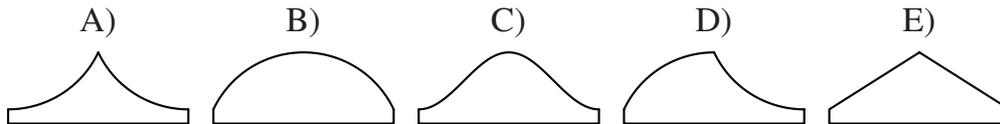
- 5 La traversée en bateau est agitée. Jeanne essaie de faire un plan de son village avec ses 4 rues. Elle a correctement représenté les positions des maisons de ses amis et les 7 croisements des rues.
Mais, en réalité, trois des rues sont toutes droites et une seule fait des virages ; qui habite cette rue ?
A) Ambre (point A) B) Benoît (point B)
C) Carole (point C) D) David (point D)
E) il faudrait une meilleure carte pour pouvoir le dire



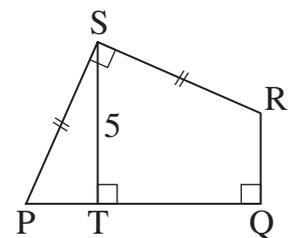
- 6** Robin des Bois tire 3 flèches sur une cible où il peut obtenir, suivant le point d'impact, les points indiqués sur la figure. Jamais il ne rate la cible. Combien de totaux différents peut-il obtenir ?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



- 7** On enroule une bande de papier autour d'un cylindre en ne faisant qu'un seul tour. On coupe alors le cylindre par un plan comme le montre la figure. On déroule alors la partie inférieure de la bande de papier et on l'aplatit. Parmi les figures suivantes, quelle est celle que l'on peut obtenir ?



- 8** On considère le quadrilatère PQRS dans lequel $SR = SP$. De plus, les 3 angles marqués en S, Q et T sur la figure sont droits. Et $ST = 5$. Quelle est l'aire de ce quadrilatère ?
A) 20 B) 22,5 C) 25
D) 27,5 E) 30

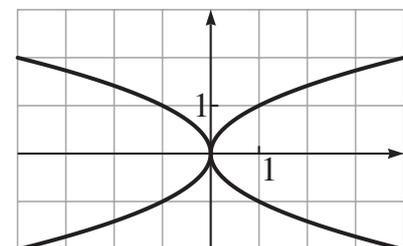


- 9** André écrit au tableau tous les nombres impairs de 1 à 2011. Hélène efface tous les multiples de 3. Combien de nombres restent écrits au tableau ?
A) 335 B) 336 C) 671 D) 1005 E) 1349
- 10** On partage un rectangle en trois rectangles. L'un d'eux a pour taille 7×11 ; un autre a pour taille 4×8 . Quelle est la taille maximale du troisième ?
A) 1×4 B) 3×4 C) 3×8 D) 7×8 E) 7×11

- 11** Joëlle veut compléter la grille 3×3 de la figure avec des entiers, de telle sorte que tous les carrés 2×2 de la figure aient une somme égale à 10. Quatre nombres sont déjà placés. Quelle peut-être la somme des cinq nombres manquants ?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) c'est impossible

	2	
1		3
	4	

- 12** Parmi les fonctions suivantes, combien ont leur représentation graphique, sur $[-4; 4]$, contenue dans le dessin ci-contre ?
 $f_1(x) = x^2$; $f_2(x) = -x^2$; $f_3(x) = \sqrt{-x}$; $f_4(x) = -\sqrt{-x}$;
 $f_5(x) = \sqrt{x}$; $f_6(x) = -\sqrt{x}$; $f_7(x) = \sqrt{|x|}$; $f_8(x) = -\sqrt{|x|}$.
A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) les 8



- 13** On choisit 5 nombres strictement positifs a, b, c, d et e tels que $a < b < c < d < e$. On va augmenter l'un d'eux de 1. Puis on va calculer le produit de ces 5 nombres. Quel nombre faut-il augmenter de 1 pour rendre le produit final le plus petit possible ?
A) a B) b C) c D) d E) e

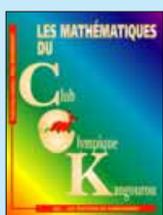
- 21** Pour décider lequel va plonger en premier dans un lac, Max et Hugo décident de lancer une poignée de dés et d'adopter la règle suivante :
- si aucun six n'apparaît, c'est Max qui plonge en premier ;
 - si un seul six apparaît, c'est Hugo qui plonge en premier ;
 - si au moins deux six apparaissent, alors aucun ne va à l'eau.
- Combien de dés doivent-ils lancer pour que le risque de plonger en premier soit le même pour chacun d'eux ?
- A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 17
- 22** Deux lettres différentes représentant des chiffres différents non nuls et une même lettre représentant toujours le même chiffre, quelle est la plus petite valeur entière de $\frac{K \times A \times N \times G \times O \times U \times R \times O \times U}{K \times O \times A \times L \times A}$?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7
- 23** J'ai deux cubes. Leurs côtés ont 10 centimètres de différence. Le plus grand cube est plein d'eau et le plus petit est vide. Je remplis le petit avec une partie du plus grand ; et il reste 217 litres dans le plus grand. Combien y a-t-il alors dans le plus petit ?
- A) 512 litres B) 729 litres C) 1331 litres D) 243 litres E) 125 litres
- 24** Un cube $3 \times 3 \times 3$ est composé de 27 petits cubes identiques. Un plan perpendiculaire à une diagonale du grand cube passe par son centre. Combien de petits cubes coupe-t-il ?
- A) 15 B) 16 C) 17 D) 19 E) 21

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** La grille doit être colorée avec des cases noires ou blanches. Sont indiqués : à droite de chaque ligne le nombre de cases noires de la ligne, au bas de chaque colonne le nombre de cases noires de la colonne. De combien de façons différentes peut-on colorier la grille proposée ?
- | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
- 2
0
1
1
- 2 0 1 1
- 26** Combien d'entiers n non nuls vérifient la propriété : « dans un carré de 25 cases (5×5 cases), on peut marquer certaines cases pour avoir exactement n cases marquées dans chaque sous-carré de 3×3 cases » ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org