

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 5 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2009 - Corrigé de l'épreuve Benjamins

- 1. Réponse D.** $200 \times 9 = 1800$. Les autres propositions ne donnent pas un nombre pair.
- 2. Réponse B.** Le kangourou vérifie les 3 conditions énoncées en B, ce qui n'est pas le cas pour les autres propositions.
- 3. Réponse B.** 20 est le seul entier compris entre 19,3 et 20,09.
- 4. Réponse C.** Pour obtenir un nombre qui se lit de la même façon de la droite vers la gauche ou de la gauche vers la droite, on supprime le 4 qui n'est présent qu'une fois et à une extrémité dans le nombre initial. Si on garde le premier 2 en partant de la gauche, on doit supprimer les deux 3 les plus à droite et on obtient le nombre 12321. Et si on supprime ce 2, il reste 132331 et il faudra supprimer au moins un autre nombre, pour obtenir par exemple 13231 ou 13331. Dans les deux cas, le plus petit nombre de chiffres à supprimer est 3.
- 5. Réponse E.** Le chiffre ayant le poids le plus grand est 8 avec 7 allumettes. Donc 88 est le nombre à 2 chiffres de plus grand poids et s'écrit avec 14 allumettes.
- 6. Réponse D.** Les deux quarts qui surplombent les berges font ensemble une moitié de pont. L'autre moitié est exactement la largeur de la rivière, soit 120 m. La longueur totale du pont est donc 240 m.
- 7. Réponse D.** Ce solide comporte 6 faces rectangulaires (3 « extérieures » et 3 « intérieures ») et 2 faces triangulaires trouées. Ce solide a donc 8 faces.

Kangourou 2009 - Corrigé de l'épreuve Benjamins

8. Réponse C. Un chat ayant 4 pattes et un chien 2 oreilles, les chats sont deux fois moins nombreux que les chiens.

9. Réponse C. Le côté d'un petit carré mesurant 20 cm, celui d'un carré *moyen* mesure donc 40 cm et celui d'un grand carré mesure 60 cm. La ligne se compose de 5 petits côtés, 5 côtés moyens et 2 grands côtés. $(5 \times 20) + (5 \times 40) + (2 \times 60) = 420$. La ligne mesure 420 cm.

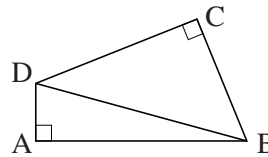
10. Réponse C. La pomme n'est ni dans la boîte blanche, ni dans la verte ; elle est donc dans la boîte rouge. La boîte vide est donc blanche et le chocolat est dans la boîte verte.

11. Réponse C. L'aire du quadrilatère ABCD est la somme des aires des deux triangles rectangles DAB et DCB.

$$\text{Aire(DAB)} = \frac{3 \times 11}{2} = 16,5 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Aire(DCB)} = \frac{9 \times 7}{2} = 31,5 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

$$16,5 + 31,5 = 48. \text{ L'aire de ABCD est } 48 \text{ cm}^2.$$



12. Réponse D. La différence entre le nombre de garçons (39) et le nombre de filles (23) est 16. Chaque semaine, il arrive 2 filles de plus que de garçons. Il faut donc 8 semaines pour qu'il y ait le même nombre de filles et de garçons. Il y aura alors $(39 + 8 \times 6) + (23 + 8 \times 8)$, soit 87×2 , soit 174 danseurs au total.

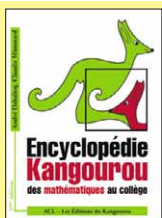
13. Réponse E. $(8 \times 10) - 37 = 43$; l'aire blanche est égale à 43 cm^2 . $(9 \times 12) - 43 = 65$; l'aire gris clair est égale à 65 cm^2 .

14. Réponse C. $9 \times 4 = 36$; le périmètre du carré est 36 cm. $36 \div 3 = 12$; le côté du triangle équilatéral est 12 cm.

Les côtés du rectangle mesurent donc 12 cm et $\frac{36 - (2 \times 12)}{2}$ cm.

La longueur du côté marqué d'un point d'interrogation est 6 cm.

15. Réponse B. Pour obtenir le nombre minimum de cubes, il faut prendre des cubes les plus volumineux possibles. Pour remplir entièrement cette boîte avec des cubes de même côté, le plus grand côté possible est 20 cm. Et cela nécessite $2 \times 2 \times 3$, soit 12 cubes.



Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.
Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

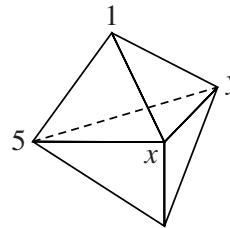
Toutes les publications
des Éditions du Kangourou
sont présentées sur le
site Internet
www.mathkang.org

16. Réponse D. La décomposition de 6 en somme de 2 nombres distincts inférieurs ou égaux à 4 est unique : $6=4+2$; de même pour la décomposition en 3 nombres : $6=3+2+1$. Seul 2 est dans les deux sommes ; donc 2 est le rang de Brahim. Et, puisque Brahim devance André, André a le rang 3 et Doris le rang 1.

17. Réponse C. L'aire blanche est composée des 4 petits carrés des coins (qui ont chacun 2 cm de côté) et de 4 triangles isocèles rectangles (qui, assemblés, forment un carré de 6 cm de côté). L'aire blanche vaut donc, en cm^2 , $4 \times 4 + 36$, soit 52. Et $100 - 52 = 48$. L'aire grise vaut 48 cm^2 .

18. Réponse B. Seules deux phrases sont vraies. $A \neq 0$, car sinon les quatre phrases seraient vraies. Si A était divisible par 55, il serait divisible par 5 et 11, et 3 phrases seraient vraies : A n'est pas divisible par 55. Alors une seule des phrases « A est divisible par 5 » ou « A est divisible par 11 » est vraie. Par suite « A est inférieur à 8 » est l'une des deux phrases vraies. L'autre est donc « A est divisible par 5 ». Et finalement $A = 5$. (Remarque : on peut aussi tester chaque réponse proposée.)

19. Réponse C. Les nombres x et y écrits aux 2 sommets restants du plan médian vérifient $1 + 5 + x = 1 + 5 + y = 1 + x + y$. Et donc $x = y = 5$. Le troisième sommet porte donc un 1 et la somme totale est $1 + 3 \times 5 + 1$, soit 17.



20. Réponse D. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. La somme des numéros dans chaque sac est la même, donc elle vaut 18. Pour écrire 18 comme somme de 3 nombres distincts inférieurs ou égaux à 8, il n'y a que 3 possibilités : $18 = 8 + 7 + 3 = 8 + 6 + 4 = 7 + 6 + 5$. On en déduit les 3 possibilités pour le contenu du sac Y : 1-2-4-5-6 ou bien 1-2-3-5-7 ou bien 1-2-3-4-8. Si on est sûr de ce qu'on affirme, c'est que cette affirmation est vraie dans tous les cas. Seule D est vraie dans les trois cas : le jeton 2 est dans le sac Y.

21. Réponse A. Pour la case vide de la première ligne, il n'y a que deux possibilités : A ou D.
 - Si c'est A, D est dessous et il n'y a alors qu'une manière de remplir la grille selon les règles (voir dessin du haut ci-contre).
 - Si c'est D, A est dessous et il n'y a alors qu'une manière de remplir la grille selon les règles (voir dessin du bas ci-contre).

A	B	A	C	D
D	C	D	B	A
A	B	A	C	D
D	C	D	B	A

A	B	D	C	D
D	C	A	B	A
A	B	D	C	D
D	C	A	B	A

Dans les deux cas, la case grisée contient A.

22. Réponse D. Le procédé de fabrication de la table a pour conséquence qu'on retrouve le double des nombres en descendant de 2 lignes.

Inversement, pour obtenir les nombres de la 5^e ligne on divise par 2 ceux de la 7^e ligne. Ceux de la 3^e sont obtenus en divisant par 2 ceux de la 5^e. Et ceux de la 1^{re} en divisant par 2 ceux de la 3^e et donc par 8 ceux de la 7^e. $96 \div 8 = 12$, $64 \div 8 = 8$. Et $12 + 8 = 20$.

23. Réponse C. La longueur et la largeur d'un rectangle formé par Olivier sont des entiers dont le produit est 2009. Or $2009 = 41 \times 7 \times 7$. On peut donc obtenir 3 rectangles différents dont les dimensions sont 1 et 2009, 7 et 287, 41 et 49.

24. Réponse E. Les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6 apparaissent chacun huit fois sur l'ensemble des dominos.

$$8 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 8 \times 21 = 168.$$

Il y a donc 168 points dans un jeu de dominos.

25. Réponse 6.

En doublant la première colonne, de somme 10, on a $2\heartsuit + 4\clubsuit = 20$.

La première ligne donne $2\heartsuit + \clubsuit = 11$. D'où $3\clubsuit = 20 - 11 = 9$ et $\clubsuit = 3$.

On trouve alors $\heartsuit = 4$ puis $\spadesuit = 1$. D'où $\heartsuit + \clubsuit - \spadesuit = 4 + 3 - 1 = 6$.

26. Réponse 5.

On sait qu'une personne à un pied chaussant du 36 et une autre un pied chaussant du 45.

Il s'agit de choisir des nombres de 36 à 45, deux nombres se suivant ne pouvant avoir que 1 ou 2 comme différence (1 si on chausse une femme, 2 si on chausse un homme).

Pour avoir un nombre minimum de personnes, il faut que les différences soient les plus grandes possibles donc choisir un maximum d'hommes. $45 - 36 = 9$. Pour obtenir 9 en ajoutant des 2 et des 1, le minimum est de prendre 5 nombres en faisant $2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 9$.

Il y a donc 5 personnes au minimum dans ce groupe et voici un exemple possible de répartition des chaussures,

chaussures gauches : 36 38 40 42 44 45

chaussures droites : 36 38 40 42 44 45,

le groupe étant composé de 4 hommes et une femme.