

Corrigé de l'épreuve Cadets - Kangourou 2006

1. Réponse B. En 1991 a eu lieu le 1^{er} Kangourou, en 1992 le 2^e, ... en 2000 le 10^e, en 2001 le 11^e, ... et en 2006 le 16^e.

2. Réponse D.

$$20 \times (0 + 6) + (20 \times 0) + 6 = 20 \times 6 + 0 + 6 = 120 + 6 = 126.$$

3. Réponse D.

Un triangle isocèle de sommet O représente $\frac{1}{5}$ du pentagone.

La moitié d'un tel triangle représente $\frac{1}{10}$ du pentagone.

La fraction du pentagone coloriée en gris est donc $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$.

4. Réponse E. 3 heures correspondent à un angle de 90°, donc 1 heure correspond à 30° et 5 heures correspondent à 5 × 30°, soit 150°.

5. Réponse D. Les deux entailles sont sur deux arêtes opposées du cube. C'est le patron D qui convient.

6. Réponse D. Sur 2006 collégiens, 6 n'ont participé à aucun des deux jeux, donc 2000 collégiens ont participé à au moins un jeu. Au total des deux jeux, il y a eu 1500 + 1200, soit 2700 participations ; 2700 – 2000 = 700 ; 700 collégiens ont joué aux deux jeux.

7. Réponse B. 111111 – 11111 = 100000 ; 1111 – 111 = 1000 ;
11 – 1 = 10 ;
100000 + 1000 + 10 = 101010.

8. Réponse C. Pour une tablette de chocolat, j'ai le vélo pendant la moitié de 3 heures, soit 1,5 heures.

Pour 3 bonbons, le quart de 12 bonbons, j'ai le vélo pendant le quart de 2 heures, soit 0,5 heure.

Pour une tablette de chocolat et 3 bonbons, Tim me prêtera donc son vélo pendant 2 heures.

9. Réponse D. Comme ce n'est pas carré (affirmation 2) et que c'est carré ou rond (affirmation 5), c'est donc rond.

Comme ce n'est pas carré, ce n'est pas jaune (affirmation 4).

Comme c'est bleu ou jaune (affirmation 3) et que ce n'est pas jaune, c'est bleu.

C'est donc bleu et rond.

10. Réponse B. $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

La bouteille contient donc un quart de litre soit 25 cl de liquide.

Après en avoir bu 20 cl, il en reste 5 cl.

Corrigé de l'épreuve Cadets - Kangourou 2006

11. Réponse D. Dans un triangle, la somme des longueurs de deux côtés est supérieure à la longueur du troisième côté. Si x désigne la longueur du côté inconnu, on a donc $x < 7 + 7$ soit $x < 14$. Comme x est un nombre entier, la valeur maximum pour x est 13. Le périmètre de ce triangle mesure alors $14 + 13$, soit 27, en cm.

12. Réponse B. $6^2 = 36$ et $\frac{36}{6} = 6$.

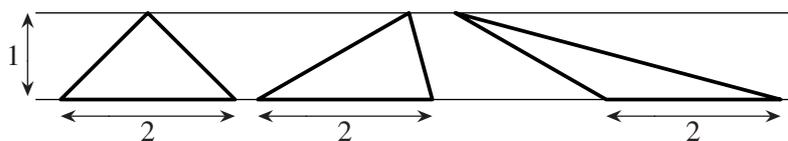
13. Réponse B. $1000 = 7 \times 142 + 6$. $6 = 4 + 2$.
Pour parcourir 1000 m en le minimum de sauts, Kangourou doit faire 142 sauts à pieds joints, un saut à cloche pied du pied droit et un saut à cloche pied du pied gauche soit 144 sauts.

14. Réponse C. Les 5 mamans restantes représentent 20 % du nombre de mamans kangourous venues à la réunion ($100\% - 60\% - 20\% = 20\%$). Il y avait donc 25 mamans et le nombre de bébés est :

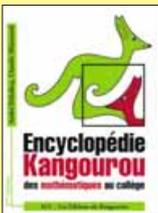
$$25 \times \left(\frac{60}{100} + 2 \times \frac{20}{100} \right) + 5 \times 3 = 15 + 10 + 15 = 40.$$

15. Réponse B. On désigne par x le côté d'un petit carré en pointillés. Le côté du grand carré blanc est $3x$. Les carrés gris ayant pour côté 8 cm, une des dimensions du rectangle est 3×8 cm, soit 24 cm, et cette dimension est aussi égale à $3x + x$. D'où $4x = 24$, soit $x = 6$. Le côté du grand carré blanc est donc 18 cm.

16. Réponse D. L'aire d'un triangle de côté c et de hauteur correspondante h est $\frac{c \times h}{2}$. Un triangle qui a une aire de 1 et un côté de 2 a donc sa hauteur correspondante égale à 1 : le troisième point du triangle est sur une parallèle située à 1 du côté de longueur 2.



On peut former 3 triangles isocèles satisfaisant à ces conditions : un de base le côté de longueur 2 et deux ayant leurs côtés égaux de longueur 2.



Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.

Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications
des Éditions du Kangourou
sont présentées sur le
site Internet
www.mathkang.org

Corrigé de l'épreuve Cadets - Kangourou 2006

17. Réponse A. Appelons O l'intersection du mur et du sol. À chaque instant, dans le triangle rectangle en O et d'hypoténuse l'échelle, la longueur OM est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse. M décrit donc un quart de cercle de centre O et de rayon égal à la moitié de la longueur de l'échelle.

18. Réponse A. Pour passer du premier carré au deuxième, on rajoute 4×2 , soit 8 allumettes.

Pour passer du deuxième carré au troisième, on rajoute 4×3 , soit 12 allumettes.

Pour passer du troisième carré au quatrième, on rajoute 4×4 , soit 16 allumettes.

...

Pour passer du trentième carré au trente et unième, il faudra rajouter 31×4 , soit 124 allumettes.

19. Réponse E. Pour former le plus petit nombre possible, il faut utiliser un maximum de chiffres 9. Comme $2006 = 9 \times 222 + 8$, le premier chiffre (en partant de la gauche) de ce nombre, de 223 chiffres, sera 8.

20. Réponse D. Soit x le nombre de petits enfants. On a $2x + 3 = 3x - 2$. Donc $3x - 2x = 3 + 2$, soit $x = 5$.

21. Réponse B. On peut former en tout $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ trains. Dans ces formations, il y a autant de manières de ranger le wagon I avant le wagon II, que l'inverse. $120/2 = 60$. Il y a donc 60 manières d'arranger ces wagons selon la condition indiquée.

22. Réponse E. De A, soit on part à droite et il y a 4 possibilités selon le choix de la verticale entre les lignes 1 et 2.

Soit on part vers le bas et alors ...

... soit on va sur la deuxième ligne (1 seule possibilité alors)

... soit on va sur la dernière ligne (1 seule possibilité alors)

... soit on va sur la troisième ligne et on a alors 2 possibilités pour la troisième verticale, puis 3 possibilités pour la quatrième.

Au total : $4 + 1 + 1 + (2 \times 3) = 12$ possibilités.

23. Réponse D. Soient v le nombre de martiens verts, r le nombre de martiens rouges et b le nombre de martiens bleus.

On a : $v = r$, $b = 10 + v$, $2v + 3r + 5b = 250$.

Donc $2v + 3v + 5(10 + v) = 250$ soit $10v + 50 = 250$, d'où $v = 20$ et $b = 10 + 20 = 30$.

24. Réponse D. Ce n'est pas la réponse A car la première carte serait la carte où un P est au-dessus d'un A et la seconde carte comportant un P donnerait un R en avant-dernière lettre et non un O.

Ce n'est ni B ni E qui se terminent par un A puisqu'aucune carte ne comporte un A au-dessous d'un I.

Ce n'est pas la réponse C commençant par J puisqu'aucune carte ne comporte un J au-dessous d'un P.

La réponse D convient.

25. Réponse 8.

Pour qu'un produit de nombres se termine par deux zéros, il faut que ce produit contienne au moins deux multiples de cinq (ou un multiple de 25) et deux nombres pairs (ou un multiple de 4).

Si l'on considère le produit de 6 entiers consécutifs, la deuxième condition est toujours réalisée donc il suffit de réaliser la première.

- Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec deux multiples de 5 : 5 à 10 ; 10 à 15 ; 15 à 20 ; 20 à 25 ; 25 à 30 ; 30 à 35 (et c'est tout car les nombres doivent être strictement inférieurs à 40).

- Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec un multiple de 25 : 20 à 25 ; 21 à 26 ; 22 à 27 ; 23 à 28 ; 24 à 29 ; 25 à 30.

Il ne faut pas compter du tout ceux qui sont des doublons (20 à 25 et 25 à 30) car le produit se termine par trois zéros.

Cela fait donc 8 produits possibles.

26. Réponse 3.

Un tour du dé sur le chemin permute les faces 1, 2 et 3 en 3, 1 et 2.

Il faudra donc 3 tours pour que le dé retrouve sa position initiale.

(Remarque : pour chercher mentalement où se retrouve chaque face après un tour, plutôt que de basculer le dé 3 fois vers la droite, puis 3 fois vers l'avant, 3 fois vers la gauche et 3 fois vers l'arrière, il revient au même d'imaginer 1 basculement vers la gauche suivi d'1 vers l'arrière, 1 vers la droite et 1 vers l'avant.)

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »