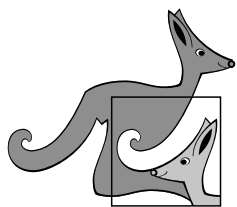


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

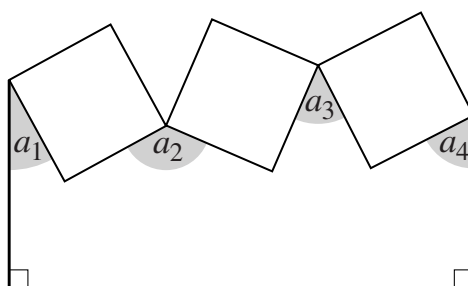
## TROPHÉES 2012



**Samedi 2 juin — Durée : 40 minutes**  
**Épreuve Lycées**



- 1** En achetant ce tableau, je voulais le revendre avec un bénéfice de 10%. Malheureusement, je l'ai revendu 500 € de moins qu'escompté, perdant ainsi 15 % de ma mise dans l'affaire. À quel prix avais-je acheté ce tableau ?  
 A) 1500 €      B) 2000 €      C) 2500 €      D) 3000 €      E) 3500 €
- 2** Un cube de 12 cm de côté est coupé en petits cubes de 1 cm de côté. Quelle est la somme des longueurs des arêtes de tous ces petits « centimètre-cubes » ?  
 A) 12 cm      B)  $12^2$  cm      C)  $12^3$  cm      D)  $12^4$  cm      E)  $12^5$  cm
- 3** Quel est le nombre d'entiers  $n$  compris entre 1 et 100 (inclus) tels que  $n^n$  soit un carré d'entier ?  
 A) 99      B) 55      C) 51      D) 50      E) 10
- 4** Trois carrés sont attachés par les coins entre deux poteaux verticaux :



Si l'angle  $a_1$  mesure  $30^\circ$ , l'angle  $a_2$  mesure  $124^\circ$  et l'angle  $a_3$  mesure  $75^\circ$ , combien mesure l'angle  $a_4$  ?  
 A)  $31^\circ$       B)  $41^\circ$       C)  $47^\circ$       D)  $49^\circ$       E)  $51^\circ$

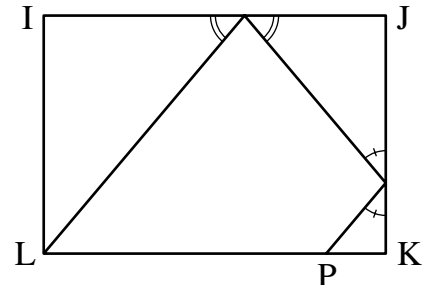
- 5** On dispose tous les entiers de la forme  $4k + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , dans un tableau triangulaire de la manière suivante :

			1				
			5	9	13		
		17	21	25	29	33	
	37	41	45	49	53	57	61
	65	69	...	...	...	...	...

On appelle position de l'un de ces entiers le couple  $(x, y)$  dans lequel  $x$  est le numéro de la ligne dans laquelle il figure et  $y$  le rang dans cette ligne en comptant à partir de la gauche ; par exemple la position de 21 est  $(3, 2)$  et celle de 57 est  $(4, 6)$ . Quelle est la position de 2013 ?  
 A)  $(22, 23)$       B)  $(22, 24)$       C)  $(23, 19)$       D)  $(23, 20)$       E)  $(24, 19)$

- 6 Trois polygones réguliers ont un sommet commun et sont posés côte à côte sans trou ni recouvrement. Le premier des polygones est un carré, le deuxième est un hexagone. Combien de côtés a le troisième polygone régulier ?
- A) 8                      B) 12                      C) 15                      D) 16                      E) 20

- 7 On joue sur un billard IJKL rectangulaire de 3 m sur 1,5 m. La boule rebondit en faisant, lorsqu'elle quitte un côté, un angle égal à son angle d'arrivée. Elle part de P, à 60 cm de K sur le côté [LK] et arrive en L, après 2 rebonds (voir la figure).



- À quelle distance de K a-t-elle touché le côté [JK] ?
- A) 60 cm                      B) 50 cm                      C) 40 cm  
D) 30 cm                      E) 20 cm

- 8 ABCDEFGH est un octogone convexe. On tire au hasard un des 6 sommets C, D, E, F, G, H et on le relie au sommet A par un segment de droite. On tire à nouveau au hasard un des 6 sommets C, D, E, F, G, H et on le relie cette fois par un segment de droite au sommet B. Quelle est la probabilité que l'octogone se trouve ainsi partagé en trois régions par ces deux segments ?

- A)  $\frac{1}{6}$                       B)  $\frac{1}{4}$                       C)  $\frac{3}{9}$                       D)  $\frac{5}{18}$                       E)  $\frac{1}{3}$

- 9  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois entiers strictement positifs tels que  $abc + ab + bc + ac + a + b + c = 2012$ . Combien vaut  $a + b + c$  ?

- A) 72                      B) 75                      C) 82                      D) 85                      E) 90

*Question subsidiaire (une réponse est obligatoire pour être classé)\*.*

Quel est le nombre de chiffres de l'écriture décimale du nombre  $8^{88} \times 9^{99}$  ?

#### Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2<sup>de</sup>, 1<sup>re</sup>, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

\* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre à évaluer de la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »