

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 75 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2018 - Corrigé du sujet « P »

**1. Réponse E.** Le 4 du mois est un jeudi, donc le 25 aussi ( $25=4+7\times3$ ). Le 26 est un vendredi, le 27 un samedi et le 28 un dimanche.

**2. Réponse C.** Le cylindre est à peu près au milieu du long côté du parallélépipède et, si le cylindre est devant, alors le cube est à droite.

**3. Réponse B.** En cm, le périmètre de chaque triangle vaut  $6+10+11$ , soit 27 et  $27\div3=9$ .

**4. Réponse B.** Léa passe dans la pièce E, puis dans A puis dans B. Si elle va en D, elle passe ensuite en C puis en B ; et si elle va en C, elle passe ensuite en D puis en B. Dans les deux cas elle se retrouve en B à la fin. (Remarque : elle ne peut finir que dans la pièce ayant un nombre impair de portes.)

**5. Réponse B.** Géométriquement, ce que l'on voit, c'est le symétrique par rapport à une droite verticale. Le plus simple est de regarder par transparence le verso de la feuille du sujet.

**6. Réponse C.** Pour avoir 4 faces peintes, un cube doit avoir 2 faces cachées. Les 4 extrémités n'en ont qu'une et 2 cubes (au milieu des colonnes) en ont 3. Les autres cubes, soit 6 cubes, ont 2 faces cachées et 4 faces peintes.

**7. Réponse B.** Le chiffre des unités du produit étant 2, le chiffre des unités caché est 4 ( $3\times4=12$ ). Avec 3 comme chiffre des centaines du résultat, le chiffre des dizaines du premier nombre ne peut être que 1 ( $2\times2$  dépasse 3). L'opération est donc  $13\times24$  dont le résultat est 312. La somme des chiffres cachés est  $1+4+1$ , soit 6.

## Kangourou 2018 - Corrigé du sujet « P »

**8. Réponse C.** Le bon dessin est le C, symétrique du portillon par rapport à une droite horizontale. (Dans le dessin B, les trous triangulaires sont dans le bons sens mais les trous circulaires en sont trop éloignés.)

**9. Réponse B.**  $42 = 2 \times 3 \times 7$ .  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ .  $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ . Le PGCD de 42, 60 et 90 est 6 : on peut donc faire au plus 6 cageots (constitués chacun de 7 pêches, 10 abricots et 15 cerises).

**10. Réponse A.** Lila peut avoir au maximum trois pièces d'une sorte et deux pièces des autres sortes. Elle aura le plus d'euros si elle a trois pièces de 50 centimes. Lila peut donc retirer au plus  $(50 \times 3) + (20 \times 2) + (10 \times 2)$  soit 210 centimes ou 2,10 €.

**11. Réponse A.** La barrière mesure 2 longueurs de planche (sur la partie la plus haute), plus 3 longueurs (sur la partie juste en dessous), moins 4 largeurs de planche (les largeurs des 4 poteaux centraux). Cela fait, en décimètres,  $(5 \times 5) - (4 \times 1)$ , soit 21 dm.

**12. Réponse B.** Quels que soient les positions des points K et L sur  $d$ , la somme des hauteurs des deux triangles est égale à la largeur du rectangle. La somme des aires des deux triangles est donc la moitié de celle du rectangle. Le rectangle a donc une aire de  $20 \text{ cm}^2$ .

**13. Réponse B.** Il y a deux façons d'atteindre le point central depuis K, puis quatre façons d'atteindre L depuis le point central. Au total, cela fait donc  $2 \times 4$  soit 8 itinéraires différents possibles.

**14. Réponse E.** Si la publicité dit vrai, il y a 3 jours sans soleil en décembre.

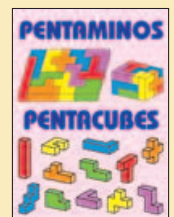
Si l'on n'a pas deux jours consécutifs de soleil, c'est qu'un jour de soleil est suivi d'un jour sans soleil. Cela peut donc se produire 3 fois. Si le premier jour du séjour est un jour de soleil, cela amène au 7<sup>e</sup> jour sans avoir deux jours de soleil consécutifs : avec, sans, avec, sans, avec, sans, avec. Ayant déjà eu 3 jours sans soleil, il ne peut plus y avoir que des jours de soleil. Et on est donc sûr d'avoir 2 jours de soleil consécutifs avec un séjour de 8 jours.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



**15. Réponse C.** D'après la deuxième pesée, ou bien C vaut 30 g (et alors B et D valent 10 g et 20 g), ou bien C vaut 40 g (et alors B et D valent 10 g et 30 g). Si C vaut 30 g, et donc A vaut 40 g, alors puisque C et D sont moins lourds que A et B, D vaut 10 g, B vaut 20 g.

Si C valait 40 g, et donc A valait 20 g, alors C et D vaudraient au moins 50 g et ne pourraient pas être moins lourds que A et B.

**16. Réponse E.** 10 cahiers coûteraient 42 € sans réduction. Avec une réduction de 10 %, ils coûtent  $42 - 4,20$  soit 37,80 €. Chacun des 10 cahiers revient donc à 3,78 €.

**17. Réponse D.** Le morceau central est un carré de 8 cm de côté. La longueur totale des morceaux est de  $1 + (4 \times 2) + (4 \times 4)$ , soit 25 fois le côté du carré. La longueur de la planche est donc de  $25 \times 8$  cm soit 200 cm.

**18. Réponse D.** Soit  $m$  la masse d'un livre et  $N$  la masse donnée par la balance lors d'une pesée de  $n$  livres. On a :  $N - 10 \leq n \times m \leq N + 10$  et donc  $\frac{N - 10}{n} \leq m \leq \frac{N + 10}{n}$

Pour avoir une précision de 0,5 g sur la masse d'un livre, il faut donc  $\frac{10}{n} \leq 0,5$ , soit  $n \geq 20$ .

**19. Réponse A.** Pour trouver la distance par la route entre les maisons d'Anne et de Julien, on peut : ajouter la distance entre les maisons d'Anne et Marie et la distance entre les maisons de Nico et Julien et soustraire à cette somme la distance entre les maisons de Marie et Nico. La distance cherchée est donc, en kilomètres,  $16 + 19 - 20$ , soit 15.

**20. Réponse C.** Avec J, M et G pour les âges de Jeanne, de sa mère et de sa grand-mère : la différence  $(M + G) - (J + M)$ , égale à  $81 - 36$  soit 45 ans, est aussi égale à la différence  $G - J$ . Et cette différence d'âge entre la grand-mère et Jeanne, qui ne varie pas, est aussi l'âge de la grand-mère à la naissance de Jeanne, qui est donc égal à 45 ans.

**21. Réponse D.** Sur les 36 paires de résultats possibles, Victoire obtient strictement plus que Pauline : 1 fois si Pauline fait 5, 2 fois si Pauline fait 4, 3 fois si Pauline fait 3, 4 fois si Pauline fait 2, 5 fois si Pauline fait 1, 6 fois si Pauline fait 0. La probabilité que Victoire obtienne un nombre strictement plus grand que Pauline est donc :

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

**22. Réponse E.** Il y a  $24 + 29 + 17$  soit 90 votes déjà dépouillés. Il reste donc  $130 - 90$ , soit 40 votes à dépouiller. Romane a 8 votes d'avance sur Kylian et il y aurait égalité si les 40 votes restant se répartissaient en 16 pour Romane et 24 pour Kylian. Par contre, si Romane en obtient 17 de plus, elle est sûr d'être élue.

**23. Réponse B.** Le volume de la partie commune aux deux cubes est égal à 10% de  $V$  et à 15% de  $W$ .

On a donc  $10V = 15W$  soit  $V = \frac{15}{10} W = \frac{3}{2} W$ .

**22. Réponse B.** Si A est le seul menteur, alors C et D disent vrai et A ne mentirai pas : impossible.

Si B est le seul menteur, alors il est le plus petit, mais D aussi : impossible.

Si C est le seul menteur, alors D est le plus petit, B est le plus grand car ce ne peut être ni A ni C (ces derniers sont alors 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> en taille sans qu'on ne sache l'ordre).

Si D est le seul menteur, personne ne peut être le plus petit : impossible. Finalement C ment et B est le plus grand.

**25. Réponse 8.** Le volume en  $\text{cm}^3$  d'un pavé droit est le produit des trois côtés en cm. Voici toutes les décompositions de 36 en trois facteurs :

$$\begin{array}{cccc} 36 \times 1 \times 1, & 18 \times 2 \times 1, & 12 \times 3 \times 1, & 9 \times 4 \times 1, \\ 9 \times 2 \times 2, & 6 \times 6 \times 1, & 6 \times 3 \times 2, & 4 \times 3 \times 3. \end{array}$$

On peut donc obtenir 8 pavés droits différents à côtés entiers en cm.

**26. Réponse 4.** Il est impossible que le grand cube soit construit avec 4 petits cubes (ou plus) sur un côté : il y aurait au moins 4 cubes centraux à l'intérieur du grand cube qui seraient non peints.

De même un grand cube  $2 \times 2 \times 2$  est impossible : dès qu'une face du grand cube est peinte, il reste 4 petits cubes non peints et si on peint une seconde face, deux autres petits cubes au moins seront peints.

Le grand cube est donc un cube  $3 \times 3 \times 3$  de 27 petits cubes et il y a, en plus du cube intérieur central, deux autres cubes non peints. En examinant les différentes façons de peindre les faces, la seule qui laisse deux cubes non peints parmi les 26 cubes extérieurs est celle où quatre faces sont peintes, les faces non peintes étant deux faces opposées.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »