KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 79 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2019 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **D.** Les quatre nombres de la carte D sont pairs ; les autres cartes contiennent au moins un impair (9, 19 ou 11).

2. Réponse **D.** $20-(19-2019)=20-19+2019=2020$.

3. Réponse **E.** 10 quarts d'heure font 2 heures et demie.

4. Réponse **A.** Louis, Mathis et Enzo finissent devant un autre donc aucun d'eux n'est arrivé en dernier. Comme Victor finit derrière Jean, c'est Victor le dernier des cinq.

5. Réponse **D.** Un quart des animaux sont des vaches, soit 6. Et un tiers sont des chats, soit 8. Les autres animaux sont les kangourous et il y en a $24-6-8$, soit 10.

6. Réponse **A.** Les anneaux blanc et gris clair sont accrochés dans les dessins A et D. Il faut aussi que le noir et le blanc soient accrochés mais pas le noir et le gris ; le bon dessin est donc A.

7. Réponse **D.** Sauf pour le premier et le dernier trait effectué, il y a autant de traits arrivant à un « sommet » que de traits en partant. Le nombre de sommets où se rejoignent un nombre impair de traits est donc 0 (si l'extrémité du dernier trait rejoint celle du premier trait) ou 2 (sinon). C'est D qui est impossible à faire car il y 4 sommets où trois traits se rejoignent.

8. Réponse **C.** Le 8 apparaît 9 fois dans les numéros des pages 8, 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78 et 80. Et il apparaîtrait au moins une fois de plus s'il avait plus de 80 pages.

9. Réponse **A.** La somme des chiffres des unités est $3+7+6$, soit 6 unités et 1 dizaine.
La somme des chiffres des dizaines (augmentée de la retenue) doit avoir 2 comme chiffre des unités ; elle vaut $1+4+2+$un chiffre caché ; ce dernier vaut donc 5 (et la retenue pour les centaines est 1).
La somme des centaines (augmentée de la retenue) doit valoir 101 ; elle vaut $12+21+1+$un nombre à deux chiffres cachés. Ce nombre caché vaut donc 67.
Et les trois chiffres cachés sont 5, 6 et 7.

10. Réponse **D.** Le plus grand carré gris vaut $\frac{1}{4}$ du grand carré.
Et chaque petit carré gris vaut $\frac{1}{9}$ de ce quart, soit $\frac{1}{36}$.
La fraction en gris vaut donc $\frac{9}{36}+\frac{7}{36}$, soit $\frac{16}{36}$ ou $\frac{4}{9}$.

11. Réponse **C.** Le triangle PQR étant isocèle, $\widehat{QRP}=\frac{180°-20°}{2}=80°$.
Et donc $\widehat{QRS}=100°$.
D'autre part, le triangle QPS étant isocèle, on a $\widehat{QSR}=\widehat{QPR}=20°$.
Finalement $\widehat{RQS}=180°-\widehat{QRS}-\widehat{QSR}=180°-100°-20°=60°$.

12. Réponse **C.** Si x est le nombre de pommes dans chaque tas d'Inès, on a $6x=5(x+2)$. D'où $x=10$. Inès avait 60 pommes et Manon aussi.

13. Réponse **E.** Le coin où doit se placer l'équerre (la pièce avec sept carreaux) est bien défini dans chacun des dessins A, B, C et D (et alors on peut vérifier que la deuxième pièce se place bien). On ne peut pas obtenir le dessin E.

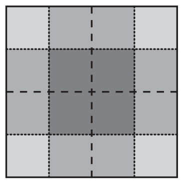
14. Réponse **B.** Si 7 et 23 sont aux extrémités d'un diamètre, c'est qu'il y a 15 nombres (de 8 à 22 inclus) écrits entre les deux. Et cela aussi bien d'un côté du diamètre que de l'autre. Il y a donc au total $15+15+2$, soit 32 nombres écrits le long du cercle.

15. Réponse **C.** La diagonale du rectangle mesure 10 cm (c'est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés égaux à deux fois ceux du triangle de côtés 3, 4 et 5 cm). Et cette diagonale est aussi le diamètre du cercle circonscrit au rectangle.

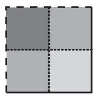
16. Réponse **C.** Dylan a serré la main de tous les autres, donc la main serrée par Anaïs est celle de Dylan.
Clara en a serré 3 ; ayant serré la main de Dylan mais pas celle d'Anaïs, elle a donc serré celles de Baptiste et d'Emma.
Les deux mains serrées par Baptiste sont donc celles de Dylan et de Clara.
Emma a alors serré 2 mains, celles de Dylan et de Clara.

17. Réponse **C.** Lily a d'abord réussi 11 tirs (55 % de 20 tirs).
Si elle réussit y tirs sur les 5 suivants, son taux de réussite est $\dfrac{11+y}{25}$ et est égal à $\dfrac{56}{100}$. D'où $4y+44=56$ et $y=3$.

18. Réponse **C.** Après les deux pliages, on découpe en quatre chacun des 4 carrés superposés. Cela fait apparaître 16 petits carrés :
4 d'entre eux sont des petits carrés complètement découpés (au coin bas droit de la figure après pliages) ;
8 d'entre eux forment 4 rectangles, chacun constitué de 2 petits carrés liés par un pli ;
et 4 d'entre eux (au coin haut gauche de la figure après pliages) restent reliés par deux plis et forment un carré en se dépliant.
Sur les 9 morceaux, il y a donc $4+1$, soit 5 carrés.



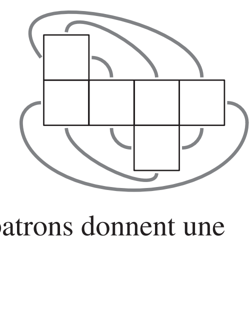
après pliages :



19. Réponse **D.** Choisir 3 nombres parmi 4, c'est aussi en choisir 1 parmi 4 (celui qui n'est pas pris) : il y a donc 4 choix possibles. Obtenir 0 comme produit des 3 nombres choisis, c'est avoir choisi 0 parmi les 3 nombres, ou encore de n'avoir pas choisi 2, 1 ou 9 ; soit 3 possibilités.
La probabilité cherchée est donc $\dfrac{3}{4}$.

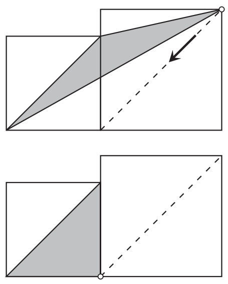
20. Réponse **B.** Chacun des 14 rectangles mesure 1,5 cm ($6 \div 4 = 1{,}5$) sur 2 cm ($10 \div 5 = 2$). Leur aire totale est donc égale à $14 \times 1{,}5 \times 2$, soit 42 cm^2. Or l'aire du triangle non colorié est $\dfrac{6\times 10}{2}$, soit 30 cm^2.
La partie coloriée a donc une aire de $42-30$, soit 12 cm^2.

21. Réponse **E.** Une fois le cube formé, les arêtes du patron se recollent comme indiqué ci-contre.
Et, parmi les patrons proposés, seul le E donne un cube où la ligne dessinée est un circuit fermé permettant une promenade où l'on revient à son point de départ. Les autres patrons donnent une ou deux lignes qui ne se referment pas.

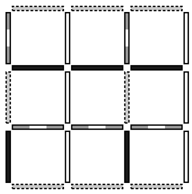


22. Réponse **E.** Elsa a 60 chocolats.
Le lundi elle en mange 1/10^e, soit 6 chocolats, il lui en reste 54.
Le mardi elle en mange 1/9^e, soit 6 chocolats, il lui en reste 48.
Le mercredi elle en mange 1/8^e, soit 6 chocolats, il lui en reste 42.
Et chaque jour, elle mange ainsi 6 chocolats et il lui en reste successivement 36, 30, 24, 18 et 12 (le 8^e jour après en avoir mangé un tiers). Le 9^e jour, après avoir mangé la moitié des 12 restants de la veille, il reste 6 chocolats à Elsa.

23. Réponse **B.** L'aire d'un triangle ne change pas quand on déplace un sommet parallèlement au côté opposé. En déplaçant le sommet le plus à droite du triangle grisé parallèlement à son côté opposé (dont la direction est celle d'une diagonale du petit comme du grand carré), on obtient un triangle dont l'aire est la moitié de celle du petit carré, c'est-à-dire $\frac{14 \times 14}{2}$, soit 98.



24. Réponse **C.** Chaque carré doit avoir au moins un côté vert. Comme il y a 9 carrés et qu'un bâton ne peut appartenir qu'à 2 carrés au plus, il faut utiliser au moins 5 bâtons verts. Et l'on peut utiliser 5 bâtons verts seulement comme le montre la figure ci-contre.



25. Réponse **5.** Puisqu'on trouve le même nombre total de passagers dans trois quelconques wagons consécutifs, alors le nombre de passagers dans les wagons 1, 2 et 3 est le même que dans les wagons 2, 3 et 4. Et donc, les nombres de passagers dans les wagons 1 et 4 sont égaux.
En généralisant et en appelant x, y et z les nombres de passagers dans les trois premiers wagons, on a comme nombres successifs dans les 13 wagons : $x, y, z, x, y, z, x, y, z, x, y, z, x$.
Avec 101 passagers au total et $x+y+z=24$, on obtient $(4\times 24)+x=101$.
Ce qui donne $x=101-96=5$ qui est le nombre de passagers dans le septième wagon.

26. Réponse **7.** Soit n le nombre d'équipes de 3 joueurs.
Chacun des $3n$ joueurs va jouer contre tous les joueurs qui ne sont pas dans son équipe et jouera donc $3(n-1)$ parties. Chaque partie opposant 2 joueurs, le nombre total de parties est $\frac{3n \times 3(n-1)}{2}$.
Ce nombre ne devant pas dépasser 250, on a donc $9n(n-1) \leqslant 500$.
Si $n=8$, alors $9n(n-1)=504$. Si $n=7$, alors $9n(n-1)=378$.
7 équipes au maximum peuvent participer au tournoi.