

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 79 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2019 - Corrigé du sujet « P »

- Réponse D.** $20 \times 19 + 20 + 19 = 20 \times 20 + 19 = 419$.
- Réponse E.** Après 20:19, les mêmes chiffres seront affichés à 21:09. (Rappel : il y a 60 minutes dans une heure.)
- Réponse A.** Louis, Mathis et Enzo finissent devant un autre donc aucun d'eux n'est arrivé en dernier. Comme Victor finit derrière Jean, c'est Victor le dernier des cinq.
- Réponse A.** Si la largeur du rectangle blanc vaut 1, sa longueur, comme celle du rectangle noir, vaut 2.
- Réponse B.** Le verre A contient de l'eau jusqu'à la 4^e graduation. Il contient autant que le verre penché C (1^{re} et 7^e graduations), le D (3^e et 5^e graduations) et le E (2^e et 6^e graduations). Le verre B contient plus d'eau (3^e et 6^e graduations) : posé à plat, la surface de l'eau serait entre les 4^e et 5^e graduations.
- Réponse E.** Un dé montrant deux faces adjacentes dont la somme des points vaut 7 ne peut pas être un « dé ordinaire » (5 et 2 sont adjacents sur A, 4 et 3 sur B et C, 6 et 1 sur D). Sur le dé E, 5 peut être opposé à 2, 3 à 4 et 1 à 6.
- Réponse B.** Luc peut entrer par l'une des 5 portes et sortir par l'une des 4 autres. Cela fait 4 fois 5, soit 20 possibilités.
- Réponse D.** Les triangles gris et blanc sont imbriqués dans les dessins A, D et E.
Les triangles noir et gris ne sont pas imbriqués dans les dessins B, C et D. Donc seul D peut être le bon dessin, et c'est bien le cas avec les triangles noir et blanc bien imbriqués.

Kangourou 2019 - Corrigé du sujet « P »

9. Réponse D. Le liquide du verre plein pèse $400\text{ g} - 100\text{ g}$, soit 300 g . La moitié de ce liquide pèse 150 g . Et le verre à moitié plein pèse donc $100\text{ g} + 150\text{ g}$, soit 250 g .

10. Réponse D. Sauf pour le premier et le dernier trait effectué, il y a autant de traits arrivant à un « sommet » que de traits en partant. Le nombre de sommets où se rejoignent un nombre impair de traits est donc 0 (si l'extrémité du dernier trait rejoint celle du premier trait) ou 2 (sinon). C'est D qui est impossible à faire car il y a 4 sommets où trois traits se rejoignent.

11. Réponse C. La somme des chiffres des unités est $3 + 7 + 6$, soit 6 unités et 1 dizaine.

La somme des chiffres des dizaines (augmentée de la retenue) doit avoir 2 comme chiffre des unités ; elle vaut $1 + 4 + 2 + \text{un chiffre caché}$; ce dernier vaut donc 5 (et la retenue pour les centaines est 1).

La somme des chiffres des centaines (augmentée de la retenue) doit être 8 ; elle vaut $1 + 2 + 1 + \text{un chiffre caché}$; ce dernier vaut donc 4.

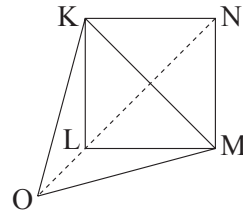
La somme des deux chiffres cachés vaut donc $5 + 4$, soit 9.

12. Réponse A. La construction nécessitant le moins de peinture est la B. Les constructions C, D et E nécessitent la peinture de 2 faces de petits cubes de plus. Et A nécessite la peinture de 2 faces de plus que E. A est donc la construction nécessitant le plus de peinture.

13. Réponse C. La diagonale (NL) du carré est axe de symétrie de la figure donc :

$$\widehat{NLM} = \frac{1}{2} \widehat{KLM} = 45^\circ.$$

$$\text{Et : } \widehat{MLO} = 180^\circ - \widehat{NLM} = 135^\circ.$$



14. Réponse C. Si x est le nombre de pommes dans chaque tas d'Inès, on a $6x = 5(x + 2)$. D'où $x = 10$. Inès avait 60 pommes et Manon aussi.

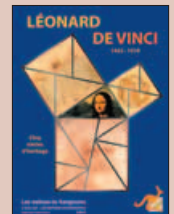
15. Réponse C. Chaque jour où elle regarde la télé, la sorcière mange 5 crapauds de plus. Si elle n'avait jamais regardé la télé, elle aurait mangé 9×5 , soit 45 crapauds. Or elle en a mangé 15 de plus ($60 - 45$). Elle a donc regardé 3 fois la télé.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



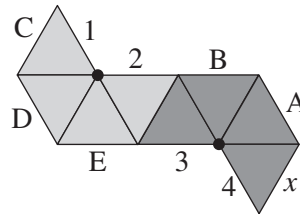
16. Réponse B. Si 7 et 23 sont aux extrémités d'un diamètre, c'est qu'il y a 15 nombres (de 8 à 22 inclus) écrits entre les deux. Et cela aussi bien d'un côté du diamètre que de l'autre. Il y a donc au total $15 + 15 + 2$, soit 32 nombres écrits le long du cercle.

17. Réponse B. Lorsque le nombre de petits carrés sur un côté est pair, il y a autant de petits carrés blancs et de noirs. Si ce nombre est impair, il y a 1 petit carré noir de plus. La plus grande aire noire est donc obtenue lorsque ce nombre est impair et qu'il est le plus petit (l'aire du petit carré noir de plus est alors la plus grande).

18. Réponse A. Si Bob ne porte pas de chapeau, alors Clément en porte un ; et Alex en porte un aussi (car si Alex n'en portait pas, Bob en porterait un).

19. Réponse C. Dylan a serré la main de tous les autres, donc la main serrée par Anaïs est celle de Dylan.
Clara en a serré 3 ; ayant serré la main de Dylan mais pas celle d'Anaïs, elle a donc serré celles de Baptiste et d'Emma.
Les deux mains serrées par Baptiste sont donc celles de Dylan et de Clara.
Emma a alors serré 2 mains, celles de Dylan et de Clara.

20. Réponse E. Les deux points noirs marqués sur la figure ci-contre sont des sommets opposés de l'octaèdre ; l'un est commun aux 4 faces gris clair, l'autre aux 4 faces gris foncé. Ainsi 1 et 2 coïncideront, 3 et 4 aussi et en recollant alors les deux moitiés de l'octaèdre, C coïncidera avec B, D avec A et E avec x .



21. Réponse C. Lily a d'abord réussi 11 tirs (55 % de 20 tirs).

Si elle réussit y tirs sur les 5 suivants, son taux de réussite est $\frac{11+y}{25}$

et est égal à $\frac{56}{100}$. D'où $4y + 44 = 56$ et $y = 3$.

22. Réponse E. Soient x , y et z les trois dimensions de la boîte en cm de sorte que $120 = 2xy = 3xz = 5yz$. On a alors $120^3 = 2 \times 3 \times 5 \times (xyz)^2$. D'où $(xyz)^2 = 120^2 \times 4$ et $xyz = 120 \times 2 = 240$. Le volume de la boîte est 240 cm^3 .

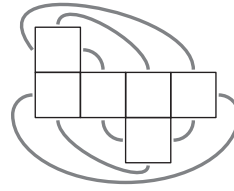
23. Réponse E. Les vitesses de P et Q sont dans le rapport des rayons.

On a donc $\frac{OP}{OQ} = 2,5$.

Comme $OP = OQ + 3$, on a $1,5 \times OQ = 3$. Donc $OQ = 2$ et $OP = 5$

24. Réponse E. Une fois le cube formé, les arêtes du patron se recollent comme indiqué ci-contre.

Et, parmi les patrons proposés, seul le E donne un cube où la ligne dessinée est un circuit fermé permettant une promenade où l'on revient à son point de départ. Les autres patrons donnent une ou deux lignes qui ne se referment pas.



25. Réponse 7. L'année 2019 utilisant une fois 2, une fois 0, une fois 1 et une fois 9, on cherche les jours et mois qui utilisent une fois chacun des quatre chiffres 0, 1, 2 et 3. Les mois qu'on peut écrire avec ces chiffres sont 01, 02, 03, 10 et 12. Ce qui donne les sept possibilités : 23/01, 31/02, 12/03, 21/03, 23/10, 03/12 et 30/12.

26. Réponse 7. Soit n le nombre d'équipes de 3 joueurs. Chacun des $3n$ joueurs va jouer contre tous les joueurs qui ne sont pas dans son équipe et jouera donc $3(n-1)$ parties. Chaque partie opposant 2 joueurs, le nombre total de parties est $\frac{3n \times 3(n-1)}{2}$.

Ce nombre ne devant pas dépasser 250, on a donc $9n(n-1) \leq 500$.

Si $n=8$, alors $9n(n-1)=504$. Si $n=7$, alors $9n(n-1)=378$.

7 équipes au maximum peuvent participer au tournoi.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »