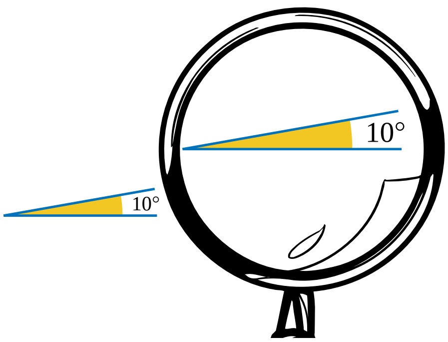
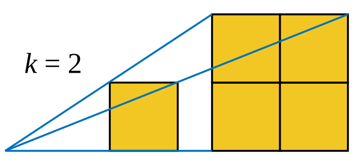
Les pièges de l'homothétie

Lorsqu'**on multiplie par un nombre *k* toutes les longueurs d'une figure**, il faut faire attention…

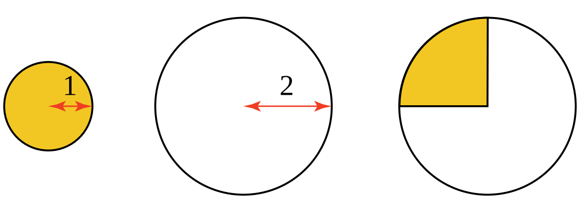
… **les angles de la figure** NE CHANGENT PAS !
Autrement dit un angle de 10° vu à la loupe, reste un angle de 10° !



… **les aires de la figure sont multipliées par *k* × *k*.**
Par exemple, un carré de côté 1 (d'aire 1) devient un carré de côté k (d'aire k^2).

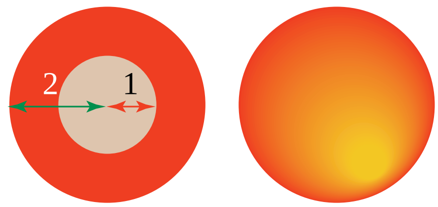


Autrement dit, en doublant le rayon d'un cercle, on multiplie sa surface par quatre !



Une tarte de rayon *double* d'une tarte individuelle, est une tarte pour *quatre* personnes !

… **les volumes de la figure sont multipliées par *k* × *k* × *k*.**
Autrement dit, si une cerise de rayon 2 a un noyau de rayon 1, alors le volume de la cerise est égal à 8 fois celui de son noyau !



La Tour Eiffel qui mesure 300 m de hauteur, est entièrement construite en fer et pèse 8 000 tonnes.
On veut construire un modèle réduit de la Tour, en fer aussi, de 1 mètre de haut.
Quel sera son poids ?

ATTENTION : le résultat n'est sûrement pas $\frac{8\,000}{300}$ tonnes, soit environ 27 tonnes (ce serait plus lourd qu'un mètre-cube de fer !)
La Tour Eiffel est non seulement réduite au 1/300^e en hauteur, mais aussi en largeur (si on peu dire) et aussi en épaisseur (si on peut encore dire).
Le coefficient de réduction en volume (et donc en matière utilisée) est de

$$\frac{1}{300} \times \frac{1}{300} \times \frac{1}{300} = \frac{1}{27\,000\,000}.$$

Le modèle réduit pèse donc, en kilo,

$$\frac{8\,000\,000}{27\,000\,000},$$

soit $\frac{8}{27}$ kg.

Environ 296 grammes !