KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 90 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse **D.** 21 h et 14 min c'est 50 minutes après 20 h et 24 min (il y a soixante minutes dans une heure).

2. Réponse **B.** La corde a été coupée à 6 endroits. Il y a donc 7 morceaux.

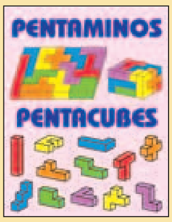
3. Réponse **E.** Un quart d'heure c'est 15 minutes, donc 10 quarts d'heure font 150 minutes.

4. Réponse **C.** Mathilda pose son pied droit (mais pas le gauche) sur le 4^e carreau puis tous les 4 carreaux donc sur le 8^e, le 12^e, le 16^e, le 20^e (puis le 24^e carreau…).

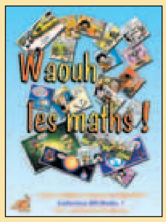
5. Réponse **D.** Les lettres de GRIS sont, dans l'ordre, les 4^e et 1^{re} lettres de ROUGE puis les 2^e et 5^e lettres de LILAS.

6. Réponse **B.** Quelqu'un placé de l'autre côté du mur voit la planche seule à sa gauche et la planche la plus longue derrière la planche large.

7. Réponse **B.** Il faut obligatoirement passer deux fois sur l'un des trois segments. On obtient le plus court chemin en partant de l'extrémité d'un des segments les plus longs et en parcourant deux fois le segment le plus court : $3 + 1 + 1 + 2 = 7$.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e^

Le catalogue des *Éditions du Kangourou* sur Internet :
http://www.mathkang.org/catalogue/


8. Réponse **D.** Le F se retrouve à côté du 3 en faisant tourner l'hexagone des lettres d'un demi-tour. Et, alors, c'est le D qui se retrouvera à côté du 1.

9. Réponse **D.** L'empilement D ne peut pas être obtenu car le colis 4, déchargé du camion avant le colis 2, ne peut pas ensuite se retrouver au-dessus du colis 2. Voici des ordres de déchargement possibles pour les autres empilements :
5-6-3-4-1-2 (A), 5-6-4-3-1-2 (B), 6-5-3-4-2-1 (C), 5-6-4-3-2-1 (E).

10. Réponse **B.** Le nouveau rectangle se compose de la moitié du rectangle qui est en dessous et de la totalité du rectangle collé dessus. Son aire est donc, en cm^2, $\frac{18}{2}+18$, soit 27.

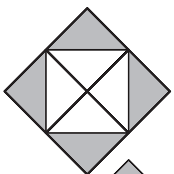
11. Réponse **D.** Aucun jeton numéroté 4, 3, 2 ou 1 ne figure dans la boîte E. Donc le jeton restant dans la boîte E est le 5. Alors, le jeton restant dans la boîte D ne peut être que le 4 (et on peut vérifier qu'il restera le 3 dans la boîte C, le 2 dans la boîte B et le 1 dans la boîte A).

12. Réponse **B.** Pour chaque petit carré découpé, le périmètre de la nouvelle figure est le même que celui du grand carré de départ (les deux côtés créés compensent la perte de périmètre sur les côtés initiaux). Le périmètre de la figure grise obtenue est donc égal au périmètre du grand carré de départ, donc à 4×10 cm, soit 40 cm.

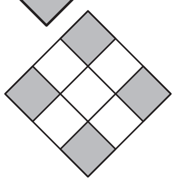
13. Réponse **B.** Pour équilibrer la balance, il faut poser au moins 445 g sur le plateau vide et donc on doit y poser la masse de 500 g. On ne peut pas alors équilibrer la balance avec une seule masse mais on peut le faire avec les masses de 50 g et de 5 g qui totalisent 55 g ($500 - 445 = 55$). Gabin utilisera donc au minimum 3 masses marquées.

14. Réponse **C.** 45 cm correspond à 5 longueurs de rectangle, donc la longueur d'un rectangle est $45 \div 5$ soit 9 cm.
On a aussi 30 cm qui est égal à 2 longueurs et 3 largeurs de rectangle.
2 longueurs de rectangle font 2×9, soit 18 cm.
3 largeurs de rectangle font donc $30 - 18$, soit 12 cm.
La largeur d'un rectangle grisé est donc$12 \div 3$ soit 4 cm.

15. Réponse **B.** Le premier carré peut être divisé en quatre petits carrés, chacun grisé à moitié. L'aire grisée valant 9 cm^2, l'aire du carré vaut donc le double soit 18 cm^2.



Le deuxième carré, qui a même aire que le premier, peut être divisé en 9 petits carrés identiques.
L'aire grisée dans le deuxième carré vaut donc :
$\frac{18}{9} \times 4$, soit 8 cm^2.

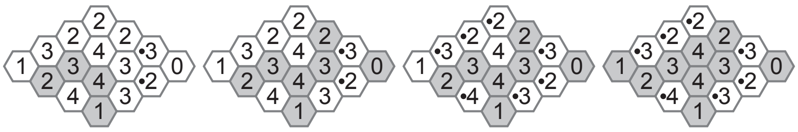


© ACL - les éditions du Kangourou

16. Réponse **A.** Chacune des lignes 1, 2 et 5 coupe les deux autres. il faudra donc au moins 3 couleurs.
Et il est possible de colorier avec 3 couleurs seulement :
1^re^ couleur : 1 et 3 — 2^e^ couleur : 2 et 7 — 3^e^ couleur : 4, 5 et 6.

17. Réponse **C.** Si Mila a peint 14 chiffres « 2 » c'est qu'elle a peint le numéro 2, le 12, les 10 numéros de 20 à 29 (avec 2 chiffres peints pour le numéro 22) et le numéro 32 (et qu'elle n'a pas peint le 42).
Si Mila a peint 3 chiffres 5 c'est qu'elle a peint les numéros 5, 15 et 25 mais pas le numéro 35.
Mila a donc peint 32, 33 ou 34 numéros de chambre.

18. Réponse **C.** Il n'y a que 4 cellules voisines de la cellule avec un 4 qui est la plus à gauche : elles contiennent donc du miel (1^er^ dessin).
On sait aussi que les 2 cellules voisines de la plus à droite (avec 0) sont sans miel.

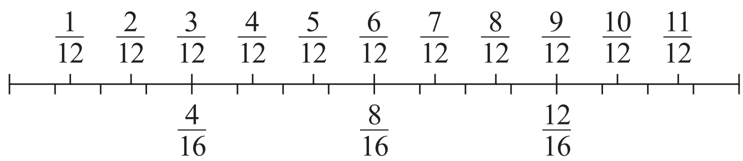


Dans une cellule grise, on sait qu'il y a du miel,
dans une cellule avec un point, on sait qu'il n'y a pas de miel.

2^e^ dessin : indication de 3 nouvelles cellules contenant du miel (voisines de la cellule avec un 3 qui est la plus à droite).
3^e^ dessin : indication de cellules ne pouvant pas avoir de miel.
4^e^ dessin : pour que toutes les conditions soient respecter, les 2 cellules sans point et non grisées du 3^e^ dessin doivent contenir du miel. Et il y a donc 9 cellules qui contiennent du miel.

19. Réponse **C.** On voit six nombres différents, donc les six faces des cubes sont différentes. Alors, avec les faces 22 vues on conclut que 13 est sous le 1^er^ cube, avec les faces 13 vues que 22 est sous le 2^e^ cube, et avec les faces 22 vues que 8 est sous le 3^e^ cube. Et $13 + 22 + 8 = 43$.

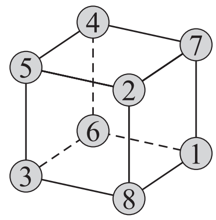
20. Réponse **A.** La corde est graduée avec les 11 marques d'Adam faites pour couper en 12 morceaux (voir dessin ci-après). Pour Béa, 15 marques divisent la corde en 16 morceaux. Comme $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$, c'est comme si on avait fait une marque à la moitié puis une marque à la moitié de chaque moitié et répété encore deux fois en marquant les moitiés à chaque fois. En faisant ainsi, les 3 premières marques tombent sur des marques d'Adam et les 12 suivantes non :



Finalement, $11 + 12$ soit 23 endroits sont marqués. Et cela donne donc 24 morceaux.

• Voici une autre manière d'aborder cette question.
Le problème est le même quelle que soit la longueur de la corde. Pour se faciliter les calculs, nous choisissons une longueur de corde égale à 48 ($48 = 12 \times 4 = 16 \times 3$). Alors, il y a 11 marques pour les 12 morceaux d'Adam, une toutes les 4 unités :
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44.
Et, il y a 15 marques pour les 16 morceaux de Béa, une toutes les 3 unités :
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45.
Trois marques sont aux mêmes endroits : 12, 24 et 36.
Finalement, $11 + 15 - 3$ soit 23 endroits sont marqués. Et cela donne donc 24 morceaux.

21. Réponse **C.** La somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ est égale à 36. La somme aux quatre sommets d'une face doit être égale à la somme aux quatre sommets de la face opposée : cette somme est donc la moitié de 36 soit 18. Les deux nombres sur la même face que le 8 et le 7 sont 1 et 2 (car : $8 + 7 = 15$ et deux autres nombres doivent être ajoutés à 15 pour faire 18).
Les deux nombres sur la même face que le 8 et le 6 sont 1 et 3 (car : $8 + 6 = 14$ et deux autres nombres doivent être ajoutés à 14 pour faire 18).
C'est donc le 1 qui est au-dessous du 7.
Et le 3 est au sommet marqué « ? ». (Et on peut compléter le cube comme ci-contre.)



22. Réponse **D.** La grand-mère a plus de 12 petits-enfants car il lui reste 12 bonbons après en avoir donné le plus possible à chacun.
Si la grand-mère a p petits-enfants ($p \geqslant 13$), elle avait un nombre N de bonbons égal à $20p + 12$. Le plus petit nombre de bonbons que pouvait avoir la grand-mère s'obtient donc si elle a 13 petits-enfants. Et :
$(20 \times 13) + 12 = 260 + 12 = 272$.

23. Réponse **E.** Pour pouvoir accrocher la queue il faut que la pièce avec 2 carrés soit juste avant elle.
Entre une tête et la pièce à 2 carrés, on peut :
- ne mettre aucune des autre pièces (1 possibilité) ;
- mettre une seule pièce, celle avec 3 ronds ou bien celle avec 1 rond (2 possibilités) ;
- mettre les deux pièces, celle avec 3 ronds et celle avec 1 rond, l'une avant l'autre (2 possibilités).

Pour ces 5 possibilités, on a le choix de mettre l'une ou l'autre des têtes ; cela fait donc, au total, 5×2, soit 10 chenilles différentes.

© ACL - les éditions du Kangourou

24. Réponse **C.** Pour utiliser le moins possible de pièces blanches, il faut construire le plus possible de petits cubes avec une pièce grise. On voit 2 petits cubes pour lesquels une face est divisée par les deux diagonales : ils ne peuvent être construits qu'avec 4 pièces blanches. Pour les 6 autres petits cubes (les 5 visibles et celui caché derrière en bas à gauche), on voit soit une seule face blanche soit aucune : ils peuvent donc tous se construire avec une pièce grise et une pièce blanche. Le minimum cherché est donc $(2\times4)+(6\times1)=8+6=14$.

25. Réponse **8.** On peut poser l'addition comme ci-contre où le nombre de Léo est WXY et le chiffre ajouté par Léa est Z.
W vaut 2 (avec une retenue, il vaudrait 3, mais X vaudrait alors moins de 5 et il serait impossible d'avoir une retenue venant des centaines). On a de même $X=2$ et alors on ne peut avoir que $Y=4$ et $Z=8$.
(Le nombre de Léo était 224 et on a $2248=224+2024$.)

$$\begin{array}{r} \mathrm{W\,X\,Y} \\ +\;2\,0\,2\,4 \\ \hline \mathrm{W\,X\,Y\,Z} \end{array}$$

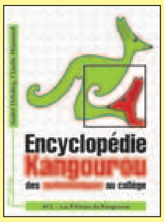
$$\begin{array}{r} \mathrm{2\,X\,Y} \\ +\;2\,0\,2\,4 \\ \hline \mathrm{2\,X\,Y\,Z} \end{array}$$

26. Réponse **7.** En faisant la division de 1 par 13, on remarque que, après la virgule, la même succession de six chiffres se répète : « 076923 ». Comme $2024=337\times6+2$, la 2024^{e} décimale sera le même chiffre que la 2^{e} décimale, donc 7.

$$\begin{array}{l|l} 100 & \mathbf{13} \\ \hline \;\;90 & 0,07692307\ldots \\ \;\;\;120 & \\ \;\;\;\;\;30 & \\ \;\;\;\;\;\;40 & \\ \;\;\;\;\;\;\;100 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;9\ddots & \end{array}$$

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.

Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques…

Toutes les publications des Éditions du Kangourou sont présentées sur le site Internet www.mathkang.org