

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

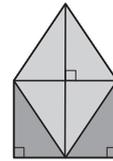
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 90 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **D**. 
$$\frac{20 \times 24}{2 + 0 + 2 + 4} = \frac{20 \times 3 \times 8}{8} = 60.$$

2. Réponse **C**. Les pièces pentagonales proposées ont deux angles droits qu'il faut placer aux bons endroits en les faisant tourner d'un demi-tour. Et c'est avec la pièce C qu'on forme deux lignes fermées.

3. Réponse **E**. On obtient 6 triangles identiques en traçant sur la deuxième figure les diagonales du losange (perpendiculaires entre elles). L'aire ajoutée (2 triangles) vaut la moitié de l'aire du losange (4 triangles) : on a donc augmenté l'aire de 50 %.



4. Réponse **B**. Rita peut obtenir 4 nombres : 1115, 5111, 1511 et 1151 (elle place le 5 soit derrière tous les chiffres 1, soit devant, soit entre les jetons 1 et 11).

5. Réponse **D**. En coupant un petit tétraèdre à un sommet, on obtient une section triangulaire donc 3 sommets. En coupant aux 4 sommets du grand tétraèdre, le solide obtenu aura donc  $3 \times 4$  soit 12 sommets.

6. Réponse **C**. Si la masse de 12 grandes caisses est égale à la masse de 20 petites caisses alors (en divisant par 4) 3 grandes caisses pèsent comme 5 petites caisses. On peut donc, au plus, mettre 5 petites caisses avec 9 grandes caisses sur le monte-charge.

7. Réponse **D**. Les 8 faces latérales peuvent être associées deux à deux, chacune avec sa face opposée. On a donc 4 paires de faces dont le total des deux faces vaut 7. La somme cherchée est donc  $4 \times 7$  soit 28.

Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « C »

**8. Réponse C.** Les nombres étant des entiers positifs tous différents, le produit 4 ne peut être obtenu qu'en multipliant 1 et 4. Alors, pour obtenir 6, seul  $1 \times 6$  est possible. La grille se complète comme ci-contre et la somme des quatre nombres est 13.

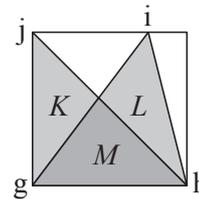
1	6	→ 6
4	2	→ 8
↓	↓	
4	12	

**9. Réponse B.** Chacune des 10 parts a un angle au centre égal à  $36^\circ$  ( $360 \div 10 = 36$ ). En réarrangeant les 9 parts restantes, l'angle entre deux parts voisines est, en degrés,  $36 \div 9$  soit 4.

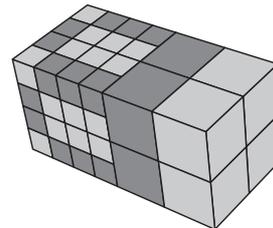
**10. Réponse A.** Une des pièces a une ligne complète de 4 cases dont la somme est  $2 + 1 + 3 + 1$  soit 7. La somme commune à toutes les lignes est donc 7 et le total des nombres de la grille est  $7 \times 4$  donc 28. Le total des nombres sur les trois premières pièces est 23 ( $7 + 8 + 8$ ) donc la somme des nombres de la pièce à rajouter est  $28 - 23$  soit 5. Cette pièce est donc la pièce A et on peut former la grille comme ci-contre.

2	1	3	1
2	2	2	1
1	3	1	2
2	1	1	3

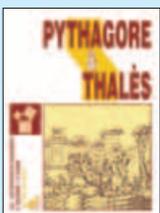
**11. Réponse A.** Sur le dessin, on note les points  $i, j, g$  et  $h$  et  $M$  est l'aire du triangle dont la base est le côté  $[gh]$  du carré. Les triangles  $ghj$  et  $ghi$  ayant même base et même hauteur (chacune égale au côté du carré), ont même aire :  $K + M = L + M$ . Donc  $K = L$ .



**12. Réponse C.** Nous avons indiqué ci-contre, en gris foncé, les cubes avec exactement deux faces peintes. Il y en a  $(2 \times 4) + (3 \times 4)$  de côté 1 cm et 4 de côté 2 cm. Au total, cela fait  $6 \times 4$ , soit 24 cubes.



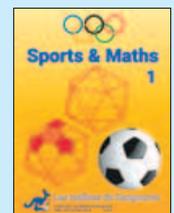
**13. Réponse D.** Un des poussins a mangé 44 poissons en en mangeant chaque jour soit 5 soit 7. Pour savoir combien de fois chaque quantité, il faut trouver 44 en additionnant un multiple de 5 et un multiple de 7. Dans la liste 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, seul 14 peut être additionné à un multiple de 5 pour faire 44. On a alors  $(2 \times 7) + (6 \times 5) = 44$ . L'autre poussin a donc mangé, pendant la même période de 8 jours, 6 fois 7 poissons et 2 fois 5 poissons :  $(6 \times 7) + (2 \times 5) = 42 + 10 = 52$ .



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « C »

**14. Réponse D.** Si  $S$  est le nombre de sauts faits à l'aller alors le kangourou fait  $3S$  sauts au retour.

Il a donc fait un quart des sauts à l'aller pour parcourir  $\frac{2024}{4} \times 3$  m.

Et, aller et retour, il a parcouru  $\frac{2024}{2} \times 3$  soit 3036 m.

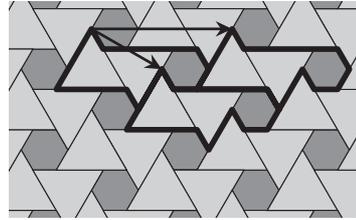
**15. Réponse D.** Par application du théorème de Pythagore dans le triangle JIK on a :  $JK^2 = IJ^2 + IK^2 = 2^2 + 1^2 = 5$  (en  $\text{cm}^2$ ).

Alors, dans le triangle JKL :  $JL^2 = JK^2 + KL^2 = 5 + 2^2 = 9$ .

L'aire du carré grisé, en  $\text{cm}^2$ , est 9.

**16. Réponse D.** Un motif composé de deux triangles et 1 hexagone peut carrelé le sol (voir dessin).

Il y aura donc environ deux fois plus de triangles que d'hexagones dans une salle carrelée avec des milliers de carreaux soit environ 6000 carreaux triangulaires s'il y a environ 3000 carreaux hexagonaux.



**17. Réponse E.** On sait qu'Alice a pu prendre soit (1 et 5), soit (2 et 4), Basile, soit (9 et 4), soit (8 et 3), soit (7 et 2), soit (6 et 1), Chloé, soit (2 et 9), soit (6 et 3), et Djamel soit (1 et 2), soit (2 et 4), soit (3 et 6), soit (4 et 8).

• Si Chloé a pris (2 et 9) alors Alice a pris (1 et 5), Basile (8 et 3) et Djamel n'aurait rien pu prendre. Donc Chloé a pris (6 et 3).

• Alors, si Basile a pris (9 et 4), Alice a pris (1 et 5) et Djamel n'aurait rien pu prendre. Donc Basile a pris (7 et 2).

• Alors Alice a pris (1 et 5) et Djamel (4 et 8).

Le nombre écrit sur la carte restée sur la table est donc 9.

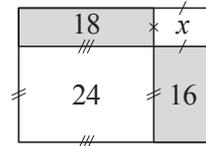
**18. Réponse A.** Le nombre de barres horizontales pour chaque chiffre écrits, dans l'ordre de 0 à 9, est 2-0-3-3-1-3-3-1-3-3.

Les seules possibilités d'addition de trois de ces nombres pour faire 5 sont  $3 + 1 + 1$  ou  $3 + 2 + 0$ .

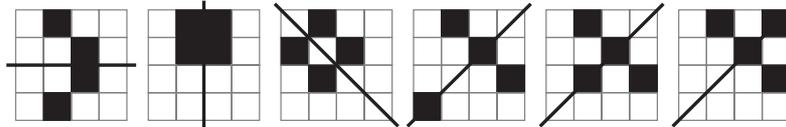
Dans le premier cas, on prend nécessairement les chiffres 4 et 7 (les seuls avec une seule barre horizontale). Ils ont 3 et 2 barres verticales et, pour atteindre 10 barres verticales, il faudrait avoir un chiffre avec 5 barres verticales mais il n'y en a aucun.

On est donc dans le deuxième cas et deux des chiffres sont 0 (seul chiffre avec 2 barres horizontales) et 1 (seul chiffre avec 0 barre horizontale). Le 3<sup>e</sup> chiffre doit alors avoir  $10 - 4 - 2$  soit 4 barres verticales et ne peut être que le chiffre 8. Et la somme des trois chiffres de Greg est  $8 + 0 + 1 = 9$ .

**19. Réponse B.** Remarquons que la somme des périmètres des deux rectangles grisés sur la figure ci-contre est égale au périmètre  $p$  du grand rectangle (qui est le rectangle ayant été découpé). On a donc  $p = 18 + 16 = 34$  (en cm). La somme des périmètres des deux rectangles blancs est aussi égale au périmètre du grand rectangle, donc, si  $x$  est le périmètre en cm du petit rectangle blanc, on a  $24 + x = 34$ . D'où  $x = 10$ .



**20. Réponse E.** Il y a 4 axes de symétries possibles. Voici les 1, 1, 1, et 3 possibilités pour chacun des axes :

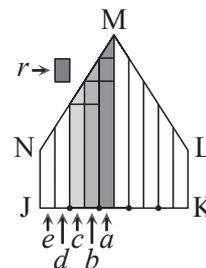


**21. Réponse B.** Soit  $m$  la largeur du rectangle de longueur 36. Les rayons des demi-cercles sont alors  $m$ ,  $m-5$ ,  $m-7$ , et on a :  $2[m + (m-5) + (m-7)] = 36$ . D'où  $3m - 12 = 18$  et  $m = 10$ . Le périmètre du rectangle est donc  $2 \times (36 + 10)$  soit 92 (en cm).

**22. Réponse E.** S'il y a deux fois plus d'œufs de poule que d'œufs de cane c'est que le nombre total d'œufs est un multiple de 3. Avant la première vente, il y avait  $4 + 6 + 12 + 13 + 22 + 29$  soit 86 œufs. Le seul des six nombres qui, soustrait de 86, donne un multiple de 3 est 29 (avec  $86 - 29 = 57 = 3 \times 19$ ). Le nombre d'œufs vendus au premier client est donc 29.

**23. Réponse D.** Si les trois nombres du bas de la pyramide sont  $x$ ,  $k$  et  $y$ , les deux nombres juste au-dessus sont  $xk$  et  $ky$  et le nombre au sommet est  $xk^2y$ . Le carré de  $k$  doit donc diviser 720. Or  $720 = 72 \times 10 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ . 6 carrés divisent 720 et il y a donc 6 valeurs possibles pour  $k$  :  $1^2$  ( $k=1$ ) ;  $2^2$  ( $k=2$ ) ;  $4^2$  ( $k=4$ ) ;  $3^2$  ( $k=3$ ) ;  $2^2 \times 3^2$  ( $k=6$ ) ;  $2^4 \times 3^2$  ( $k=12$ ).

**24. Réponse B.** On mesure les aires en  $\text{cm}^2$ . Sur la figure ci-contre, [JK] est maintenant divisé en 10 parties égales et la perpendiculaire passant par M est axe de symétrie du pentagone JKLMN. L'aire en gris foncé ( $a$ ) vaut la moitié de 14 donc 7 ; la somme des aires en gris plus clairs ( $b+c$ ) vaut 11.



Il y a la même différence entre  $a$  et  $b$  qu'entre  $b$  et  $c$  (cette différence est l'aire  $r$  d'un petit rectangle identique à celui reproduit à côté de la figure). On a donc  $b = 7 - r$  et  $c = 7 - 2r$ . D'où  $b + c = 14 - 3r$ ,  $3r = 14 - 11 = 3$  et  $r = 1$ . Les aires des cinq trapèzes de la moitié gauche de la figure sont donc  $a = 7$ ,  $b = 6$ ,  $c = 5$ ,  $d = c - r = 4$  et  $e = d - r = 3$  dont la somme est 25. L'aire du pentagone JKLMN est donc égale à  $2 \times 25$  soit 50.

## Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « C »

**25. Réponse 7.** La liste des entiers vérifiant les quatre propriétés est : 2024, 2204, 2248, 2428, 4048, 4228 et 4408.

(On peut par exemple, pour chaque chiffre des unités possible, chercher quels sont les autres chiffres possibles.)

**26. Réponse 5.**  $2300 - (2 \times 23) = 2254$  est un entier ayant les propriétés demandées. La différence entre deux multiples de 23 ayant le même chiffre des unités est un multiple de 23 et de 10 donc de 230. Les autres multiples de 23 s'écrivant «*2CD4*» sont donc 2024, 2484, 2714 et 2944. Cela fait 5 nombres au total.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »