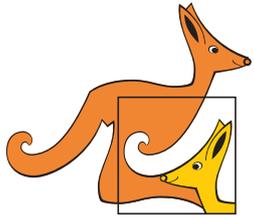


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2024 — Durée : 50 minutes

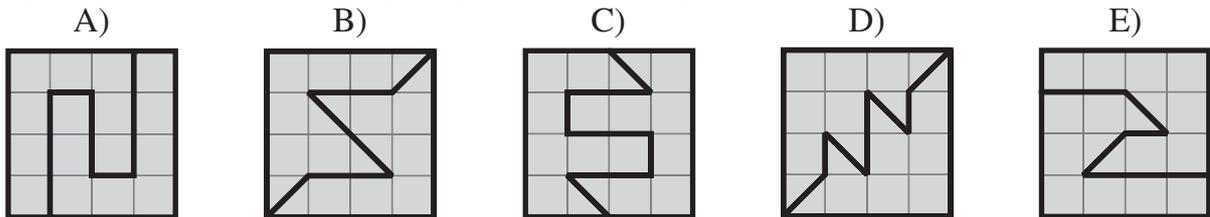
Sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau des lycées d'enseignement général et technologique : [2^{de}], [1^{re} sans spéc. math.] et [T^{ale} sans spéc. math.].

1 Combien vaut $\frac{2,024 \times 2024}{2024 \times 202,4}$?

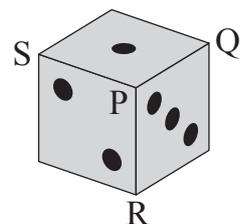
- A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

2 Lequel de ces cinq carrés est partagé en deux polygones différents ?



3 Le dé ci-contre est un dé standard : la somme des points de deux faces opposées est 7. Le *poids* d'un sommet du dé est le nombre de points sur les trois faces partageant ce sommet. Le *poids* du point P est $1 + 2 + 3$, soit 6. Quel est le *poids* le plus grand parmi les *poids* de Q, R et S ?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 15



4 Un jeu consiste à sauter en posant alternativement le pied gauche, les deux pieds, le pied droit, les deux pieds, le pied gauche et ainsi de suite comme le montre le dessin.

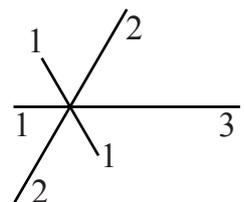


Emma a fait exactement 48 sauts ; combien de fois son pied droit a-t-il touché le sol ?

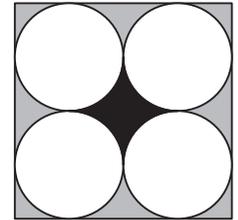
- A) 12 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48

5 La figure ci-contre doit être réalisée sur papier sans lever le crayon. On peut choisir le point de départ. Six segments sont issus d'un même point, leurs longueurs sont indiquées en cm sur la figure. Quelle est la distance la plus courte que peut parcourir la pointe du crayon sur le papier ?

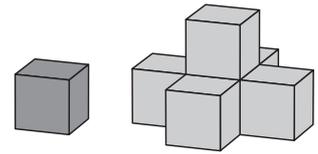
- A) 14 cm B) 15 cm C) 16 cm D) 17 cm E) 18 cm



- 6** La figure montre un carré et quatre cercles de même diamètre. Chaque cercle est tangent à deux côtés du carré et à deux autres cercles. Par combien faut-il multiplier l'aire en noir pour obtenir l'aire totale des parties grisées ?
- A) 3 B) 4 C) π D) $\frac{8}{9}\pi$ E) $\frac{9}{8}\pi$

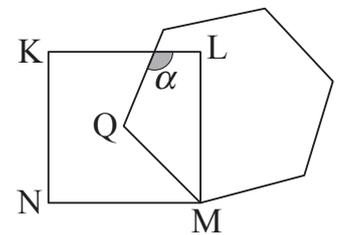


- 7** Sur une table, Elsa construit des pyramides en commençant par poser un cube. Pour sa première pyramide, elle rajoute 5 cubes de façon à cacher toutes les faces visibles du cube initial. Combien de cubes, au minimum, Elsa doit-elle rajouter pour faire une nouvelle pyramide où toutes les faces visibles de la première pyramide sont cachées ?
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 13 E) 19



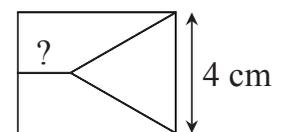
- 8** Un nombre palindrome à trois chiffres est un nombre de la forme « XYX » où les chiffres X et Y peuvent être ou différents ou les mêmes. Quelle est la somme des chiffres du plus grand nombre palindrome à trois chiffres multiple de 6 ?
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

- 9** À partir d'un carré KLMN de centre Q, on construit un hexagone dont l'un des côtés est [QM], comme montré sur la figure. Combien mesure l'angle α si l'hexagone est régulier ?
- A) 105° B) 110° C) 115°
 D) 120° E) 125°



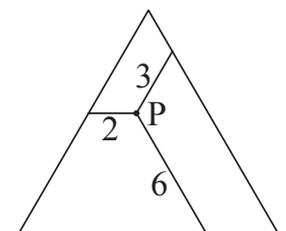
- 10** Lequel des cinq nombres suivants est égal à $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?
- A) 16^{19} B) 4^{31} C) 4^{60} D) 16^{60} E) 4^{122}

- 11** Un rectangle de hauteur 4 cm est divisé en trois régions, comme montré sur la figure. Une des régions est un triangle équilatéral, les deux autres sont des trapèzes, et les aires des trois régions sont égales. Quelle est la longueur du segment commun aux deux trapèzes ?
- A) $\sqrt{2}$ cm B) $\sqrt{3}$ cm C) $2\sqrt{2}$ cm D) 3 cm E) $2\sqrt{3}$ cm



- 12** Quelle est l'aire maximale d'un rectangle de périmètre 40 m dont les mesures des côtés, en m, sont des nombres premiers ?
- A) 99 m^2 B) 96 m^2 C) 91 m^2 D) 84 m^2 E) 51 m^2

- 13** Un point P est choisi à l'intérieur d'un triangle équilatéral. À partir de P, on a tracé trois segments parallèles aux côtés du triangle, comme sur la figure. Si ces segments mesurent 2 m, 3 m et 6 m, quel est le périmètre du triangle ?
- A) 22 m B) 26 m C) 33 m
 D) 39 m E) 44 m

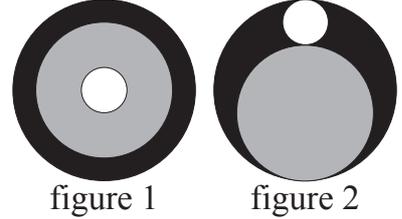


14 De combien de manières peut-on remplir les cases d'un tableau 2×4 avec les lettres M, I, R et O, de sorte que, dans chaque ligne, et dans chacun des trois carrés 2×2 , se trouve chacune des quatre lettres (chaque case contenant une seule lettre) ?



- A) 12 B) 24 C) 48 D) 96 E) 198

15 Sur un grand disque noir, on place deux autres disques. Sur la figure 1, le disque blanc est sur le gris et l'aire J de la région noire visible est alors 7 fois l'aire du disque blanc. Sur la figure 2, les mêmes disques ont été déplacés et chaque disque est tangent aux deux autres. Soit K l'aire de la région noire visible sur la figure 2. Combien vaut $\frac{K}{J}$?

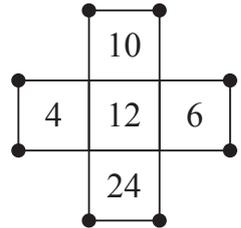


- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{7}{9}$

16 Aujourd'hui est née la fille du fils de Philippe. Les âges de Philippe et de son fils sont des nombres pairs. Dans deux ans, le produit des âges de Philippe, de son fils et de sa petite-fille sera 2024. Quel âge a Philippe aujourd'hui ?

- A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

17 Un nombre est associé à chacun des 12 sommets de la figure ci-contre. À l'intérieur de chacun des cinq carrés se trouve le produit des nombres associés à ses quatre sommets. Quel est le produit des 8 nombres associés aux sommets marqués d'un point noir ?



- A) 20 B) 40 C) 80
D) 120 E) 480

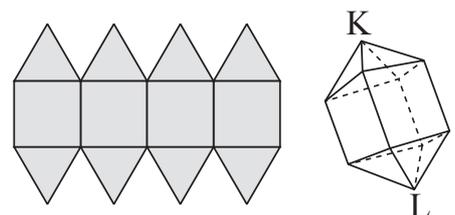
18 Alyah a n^3 petits cubes identiques (n étant un entier strictement supérieur à 2). Avec ces cubes, elle a fait un grand cube (sans trou) puis a peint toute la surface extérieure de ce grand cube. Il se trouve qu'il y a autant de petits cubes avec une seule face peinte que de petits cubes qui n'ont aucune face peinte. Combien vaut n ?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

19 Estelle a 12 cartes numérotées de 1 à 12. Elle place 8 de ces cartes aux sommets d'un octogone en s'arrangeant pour que la somme de deux nombres aux extrémités de chaque côté de l'octogone soit toujours un multiple de 3. Quels sont les numéros des cartes non utilisées par Estelle ?

- A) 1, 5, 9, 12 B) 3, 5, 7, 9 C) 1, 2, 11, 12 D) 5, 6, 7, 8 E) 3, 6, 9, 12

20 À partir du patron ci-contre, composé de triangles et de carrés dont tous les côtés mesurent 1 cm, Pierre obtient le dodécaèdre représenté. Quelle est la distance, en cm, entre les sommets K et L du dodécaèdre ?



- A) $\sqrt{5}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $1 + \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

- 21** Kongwi est spécial : soit il ne prononce que des phrases vraies tout le jour, soit il ne fait que mentir ; et il alterne chaque jour. Un jour, il a prononcé exactement quatre phrases parmi les phrases A, B, C, D et E. Quelle est la phrase que Kongwi n'a pas prononcée ce jour-là ?
- A) Hier, c'était mercredi. B) J'ai menti hier et je mentirai demain.
 C) 2024 est divisible par 11. D) Je dis la vérité aujourd'hui, et je dirai la vérité demain.
 E) Demain, ce sera samedi.

- 22** MéliSSa a des cubes unités qui sont soit tout bleus, soit tout blancs soit tout rouges. Elle en utilise 27 pour faire un cube $3 \times 3 \times 3$ et elle veut qu'un tiers de la surface de ce cube soit de chaque couleur. Si elle utilise le moins possible de cubes bleus et le plus possible de cubes rouges, combien utilisera-t-elle de cubes blancs ?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

- 23** Théo a fait une marche. Il a marché la moitié du temps à la vitesse de 2 km/h. Il a marché la moitié de la distance totale parcourue à la vitesse de 3 km/h. Le reste du temps, il a marché à la vitesse de 4 km/h. Quelle fraction du temps total de sa marche Théo a-t-il marché à 4 km/h ?
- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

- 24** n est un entier naturel. $n!$ est le produit des nombres entiers de 1 à n : $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$. L'écriture ci-dessous est la décomposition en facteurs premiers du nombre $n!$

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13^4 \times 17 \times \text{ } \times 43 \times 47$$

Les nombres premiers sont écrits dans l'ordre croissant. Deux taches d'encre cachent certains nombres. Quel est l'exposant de 17 ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

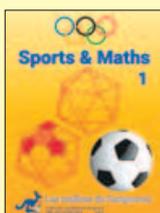
Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** On lance un dé 50 fois et on multiplie les 50 nombres obtenus. Si le produit est égal à 6^{33} , combien de fois, au minimum, a-t-on obtenu un 6 ? (Le dé est standard : les nombres obtenus sont les entiers de 1 à 6.)

- 26** Nous sommes cinq couples réunis. Certaines personnes ont échangé une poignée de mains avec d'autres (mais aucune avec son propre conjoint). Après les salutations, je demande à chacun des autres, y compris à mon conjoint, combien de poignées de mains il a échangé : les réponses sont des nombres tous différents. Combien de poignées de mains mon conjoint a-t-il échangé ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques

www.mathkang.org

