

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 90 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

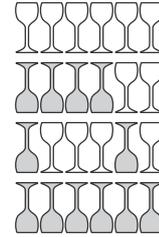
Kangourou 2024 - Corrigé du sujet « P »

- Réponse D.** $\frac{20 \times 24}{2 + 0 + 2 + 4} = \frac{20 \times 3 \times 8}{8} = 60.$
- Réponse E.** Les deux polygones du carré E sont différents. (On peut remarquer aussi que les quatre autres figures ont le centre du carré comme centre de symétrie.)
- Réponse B.** La corde a été coupée à 6 endroits. Il y a donc 7 morceaux.
- Réponse B.** Quelqu'un placé de l'autre côté du mur voit la planche seule à sa gauche et la planche la plus longue derrière la planche large.
- Réponse B.** Rita peut obtenir 4 nombres : 1115, 5111, 1511 et 1151 (elle place le 5 soit derrière tous les chiffres 1, soit devant, soit entre les jetons 1 et 11).
- Réponse C.** Si la masse de 12 grandes caisses est égale à la masse de 20 petites caisses alors (en divisant par 4) 3 grandes caisses pèsent comme 5 petites caisses. On peut donc, au plus, mettre 5 petites caisses avec 9 grandes caisses sur le monte-charge.
- Réponse B.** Le plus court chemin s'obtient en commençant et en finissant aux extrémités des deux segments les plus longs, et en passant deux fois sur les 4 segments les plus courts. La distance est alors : $3 + 2 \times (1 + 1 + 1 + 2) + 2 = 15.$
- Réponse C.** Sur 4 sauts successifs, le pied droit touche le sol 3 fois. Donc sur 48 sauts, comme $48 = 4 \times 12$, il touche 3×12 , soit 36 fois le sol.

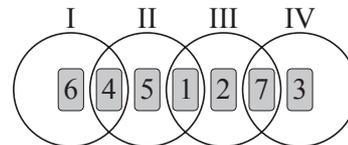
9. Réponse D. Soit n le côté d'un carré noir en cm. La longueur d'un rectangle gris, 23, vaut aussi $11 + 2n$. D'où $2n = 12$ et $n = 6$.

10. Réponse A. En divisant la figure selon les médianes du carré, on obtient 4 petits carrés, chacun avec un cercle inscrit, une région noire et 3 régions grisées identiques à la région noire. L'aire totale des parties grisées vaut donc 3 fois l'aire en noir.

11. Réponse B. Quel que soit le 1^{er} coup, on obtient 4 verres à l'envers et 2 à l'endroit. Il n'y a alors aucun 2^e coup permettant d'avoir les six verres à l'envers. Et comme on peut obtenir les six verres à l'envers en 3 coups (comme montré ci-contre, en retournant, au 2^e coup, 3 des verres qui sont à l'envers et 1 verre qui est à l'endroit), 3 est la bonne réponse.



12. Réponse A. Appelons les anneaux I, II, III et IV comme sur la figure ci-contre. Dans I, c'est la carte 4 qui est avec la 6. Dans IV, c'est la carte 7 qui est avec la 3.

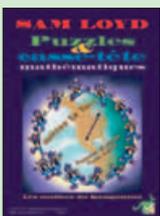


La carte 5 ne peut pas être dans l'anneau III (car $5 + 7$ dépasse 10), elle est donc au milieu de l'anneau II. Et pour obtenir 10 dans l'anneau II, il faut le compléter avec la carte 1 ($4 + 5 + 1 = 10$). Le nombre cherché est donc 1 (et on vérifie que la somme dans le cercle III, $1 + 2 + 7$ est bien 10).

13. Réponse A. En additionnant les trois sommes données dans l'énoncé, on trouve 540 ($200 + 100 + 240 = 540$). On a alors additionné deux fois le nombre de noisettes, deux fois le nombre de noix et deux fois le nombre de glands. Le nombre de noisettes, noix et glands, est donc la moitié de 540, soit 270.

14. Réponse B. Chacune des 10 parts a un angle au centre égal à 36° ($360 \div 10 = 36$). En réarrangeant les 9 parts restantes, l'angle entre deux parts voisines est, en degrés, $36 \div 9$ soit 4.

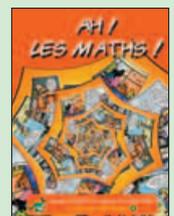
15. Réponse D. Aucun jeton numéroté 4, 3, 2 ou 1 ne figure dans la boîte E. Donc le jeton restant dans la boîte E est le 5. Alors, le jeton restant dans la boîte D ne peut être que le 4 (et on peut vérifier qu'il restera le 3 dans la boîte C, le 2 dans la boîte B et le 1 dans la boîte A).



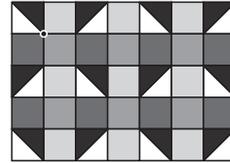
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



16. Réponse C. Il y a des sommets qui sont communs à 5 polygones (comme le sommet marqué en haut à gauche sur la figure ci-contre). Il faut donc au moins 5 couleurs et 5 est le minimum puisque la figure montre un coloriage possible avec 5 couleurs.

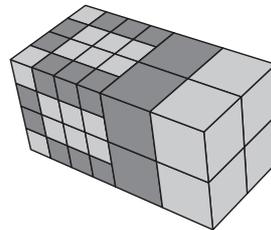


17. Réponse D. Si S est le nombre de sauts faits à l'aller alors le kangourou fait $3S$ sauts au retour.

Il a donc fait un quart des sauts à l'aller pour parcourir $\frac{2024}{4} \times 3$ m.

Et, aller et retour, il a parcouru $\frac{2024}{2} \times 3$ soit 3036 m.

18. Réponse C. Nous avons indiqué ci-contre, en gris foncé, les cubes avec exactement deux faces peintes. Il y en a $(2 \times 4) + (3 \times 4)$ de côté 1 cm et 4 de côté 2 cm. Au total, cela fait 6×4 , soit 24 cubes.



19. Réponse E. On sait qu'Alice a pu prendre soit (1 et 5), soit (2 et 4), Basile, soit (9 et 4), soit (8 et 3), soit (7 et 2), soit (6 et 1), Chloé, soit (2 et 9), soit (6 et 3), et Djamel soit (1 et 2), soit (2 et 4), soit (3 et 6), soit (4 et 8).

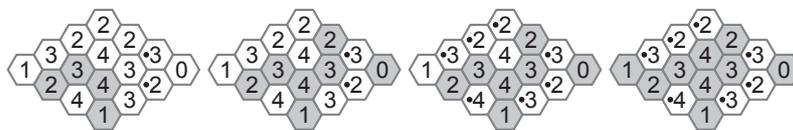
• Si Chloé a pris (2 et 9) alors Alice a pris (1 et 5), Basile (8 et 3) et Djamel n'aurait rien pu prendre. Donc Chloé a pris (6 et 3).

• Alors, si Basile a pris (9 et 4), Alice a pris (1 et 5) et Djamel n'aurait rien pu prendre. Donc Basile a pris (7 et 2).

• Alors Alice a pris (1 et 5) et Djamel (4 et 8).

Le nombre écrit sur la carte restée sur la table est donc 9.

20. Réponse C. Il n'y a que 4 cellules voisines de la cellule avec un 4 qui est la plus à gauche : elles contiennent donc du miel (1^{er} dessin). On sait aussi que les 2 cellules voisines de la plus à droite (avec 0) sont sans miel.



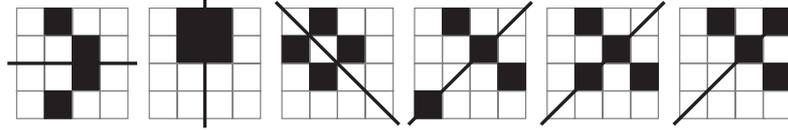
*Dans une cellule grise, on sait qu'il y a du miel,
dans une cellule avec un point, on sait qu'il n'y a pas de miel.*

2^e dessin : indication de 3 nouvelles cellules contenant du miel (voisines de la cellule avec un 3 qui est la plus à droite).

3^e dessin : indication de cellules ne pouvant pas avoir de miel.

4^e dessin : pour que toutes les conditions soient respectées, les 2 cellules sans point et non grisées du 3^e dessin doivent contenir du miel. Et il y a donc 9 cellules qui contiennent du miel.

21. Réponse E. Il y a 4 axes de symétries possibles. Voici les 1, 1, 1, et 3 possibilités pour chacun des axes :



22. Réponse C. On voit six nombres différents, donc les six faces des cubes sont différentes. Alors, avec les faces 22 vues on conclut que 13 est sous le 1^{er} cube, avec les faces 13 vues que 22 est sous le 2^e cube, et avec les faces 22 vues que 8 est sous le 3^e cube. Et $13 + 22 + 8 = 43$.

23. Réponse D. Soient N , G et B les aires des disques noir, gris et blanc. Avec la figure 1, on a $J = N - G = 7B$.

Avec la figure 2, on a $K = N - G - B$ et donc $K = 6B$. D'où $\frac{K}{J} = \frac{6}{7}$.

24. Réponse C. Pour utiliser le moins possible de pièces blanches, il faut construire le plus possible de petits cubes avec une pièce grise. On voit 2 petits cubes pour lesquels une face est divisée par les deux diagonales : ils ne peuvent être construits qu'avec 4 pièces blanches. Pour les 6 autres petits cubes (les 5 visibles et celui caché derrière en bas à gauche), on voit soit une seule face blanche soit aucune : ils peuvent donc tous se construire avec une pièce grise et une pièce blanche. Le minimum cherché est donc $(2 \times 4) + (6 \times 1) = 8 + 6 = 14$.

25. Réponse 8. On peut poser l'addition comme ci-contre où le nombre de Léo est WXY et le chiffre ajouté par Léa est Z .

$$\begin{array}{r} WXY \\ + 2024 \\ \hline WXYZ \end{array}$$

W vaut 2 (avec une retenue, il vaudrait 3, mais X vaudrait alors moins de 5 et il serait impossible d'avoir une retenue venant des centaines). On a de même $X = 2$ et alors on ne peut avoir que $Y = 4$ et $Z = 8$.

$$\begin{array}{r} 2XY \\ + 2024 \\ \hline 2XYZ \end{array}$$

(Le nombre de Léo était 224 et on a $2248 = 224 + 2024$.)

26. Réponse 5. $2300 - (2 \times 23) = 2254$ est un entier ayant les propriétés demandées. La différence entre deux multiples de 23 ayant le même chiffre des unités est un multiple de 23 et de 10 donc de 230. Les autres multiples de 23 s'écrivant « $2CD4$ » sont donc 2024, 2484, 2714 et 2944. Cela fait 5 nombres au total.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »