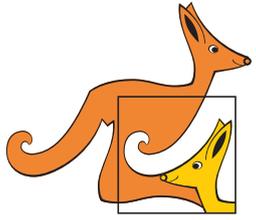


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



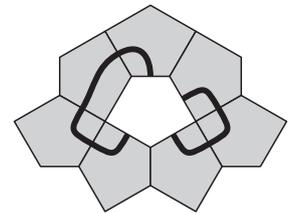
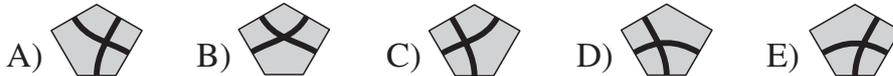
L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

**Jeu-concours 2024 — Durée : 50 minutes**

## Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
  - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
  - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés par niveau : 1<sup>ère</sup> (spéc. math.), T<sup>ale</sup> (spéc. math.), Étudiants (Bac+).**

- 1** Toutes les pièces de ce jeu sont des pentagones de même forme. Laquelle des pièces ci-dessous faut-il placer au milieu de celles ci-contre pour obtenir une boucle noire se coupant une fois ?



- 2** Combien mesure le plus grand angle d'un triangle si les autres angles mesurent 3 fois moins et 6 fois moins ?

A) 90°      B) 100°      C) 108°      D) 110°      E) 120°

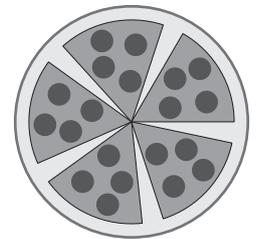
- 3** Lequel de ces cinq entiers vaut deux de moins qu'un multiple de 10, deux de plus qu'un carré et deux fois un premier ?

A) 78      B) 58      C) 38      D) 18      E) 6

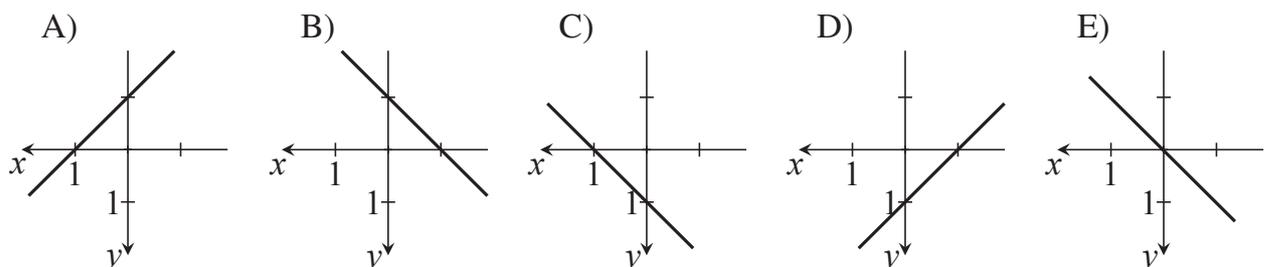
- 4** Angelo a coupé une pizza en six parts égales. Il a mangé une part puis a réarrangé les parts restantes comme sur la figure ci-contre. Les espaces entre les parts sont tous les mêmes.

Combien mesure le petit angle entre deux parts voisines ?

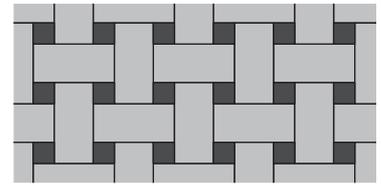
A) 5°      B) 8°      C) 9°      D) 10°      E) 12°



- 5** Fifou utilise un repère orthonormé avec les axes de coordonnées dans des directions opposées aux directions habituelles. Quelle est la représentation graphique de  $y = x + 1$  dans le repère de Fifou ?



- 6 Un carrelage est fait avec deux sortes de carreaux, des gris et des noirs. Les gris sont des rectangles de côtés 23 cm et 11 cm, les noirs sont des carrés. Le dessin montre une partie de ce carrelage. Combien mesure le côté des carreaux noirs ?  
A) 3 cm    B) 4 cm    C) 5 cm    D) 6 cm    E) 7 cm

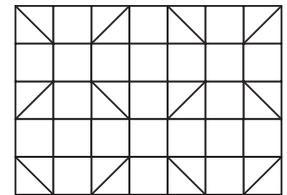


- 7 Un dé spécial peut donner les mêmes six résultats qu'un dé standard. Les probabilités d'obtenir un 2, un 3, un 4 ou un 5 sont bien de  $\frac{1}{6}$  mais la probabilité d'obtenir un 6 est égale à deux fois celle d'obtenir un 1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{1}{6}$     C)  $\frac{7}{36}$     D)  $\frac{2}{9}$     E)  $\frac{5}{18}$

- 8 Coco veut colorier les petits carrés et les petits triangles de cette figure de manière à ce que, si deux d'entre eux ont au moins un sommet commun, alors ils sont de deux couleurs différentes. Combien de couleurs doit-elle utiliser au minimum ?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7



- 9 Six verres sont posés à l'endroit sur une table. On appelle *coup* le fait de retourner exactement 4 verres. Quel est le minimum de *coups* à effectuer pour que les six verres soient à l'envers sur la table ?

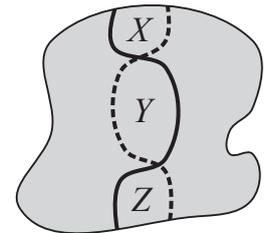
- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

- 10 La figure représente un parc traversé par deux chemins (l'un en pointillé, l'autre en continu). Chacun des deux chemins partage le parc en deux régions d'aire égale. Ils délimitent aussi trois zones, d'aires  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ .

Laquelle des égalités suivantes ne peut être que vraie ?

- A)  $Y = \frac{2}{3}(X+Z)$     B)  $Y = \frac{3}{5}(X+Z)$     C)  $Y = \frac{1}{2}(X+Z)$

- D)  $X = Z$     E)  $Y = X + Z$



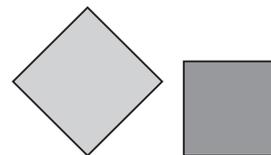
- 11 Une boîte rectangulaire a pour dimensions  $a \times b \times c$  avec  $a < b < c$ . Si l'on augmente  $a$  ou  $b$  ou  $c$  d'une quantité donnée strictement positive, le volume augmente. Pour lequel des cas suivants, l'augmentation de volume est-elle la plus grande ?

- A) on augmente  $a$     B) on augmente  $b$     C) on augmente  $c$   
D) l'augmentation est la même que l'on augmente  $a$  ou  $b$  ou  $c$   
E) cela dépend des valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$

- 12 On part du nombre 1 et seules deux multiplications sont possibles : soit par 6, soit par 10. Pour chaque résultat obtenu, on peut continuer de la même façon, en multipliant soit par 6, soit par 10. Lequel des cinq nombres suivants ne peut-on pas obtenir ?

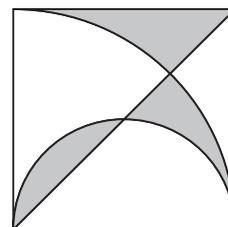
- A)  $2^{100} 3^{20} 5^{80}$     B)  $2^{90} 3^{20} 5^{80}$     C)  $2^{50} 5^{50}$     D)  $2^{110} 3^{80} 5^{30}$     E)  $2^{90} 3^{20} 5^{70}$

- 13** Les côtés de deux carrés sont des entiers, en cm. Sachant que la différence de leurs aires est  $19 \text{ cm}^2$ , quelle est la somme de leurs périmètres ?
- A) 38 cm    B) 60 cm    C) 64 cm    D) 72 cm    E) 76 cm



- 14** Julien a choisi un entier positif. Une seule des cinq affirmations suivantes est vraie sur cet entier  $k$ . Laquelle ?
- A)  $k$  est divisible par 3    B)  $k = 2$     C)  $k$  est impair  
D)  $k$  est divisible par 6    E)  $k$  est un premier

- 15** Dans un carré, on a tracé une diagonale, un demi-cercle et un quart de cercle comme sur la figure ci-contre. Le côté du carré mesure 6 cm ainsi que le diamètre du demi-cercle et le rayon du quart de cercle. Quelle est l'aire totale, en  $\text{cm}^2$ , des parties grisées du carré ?

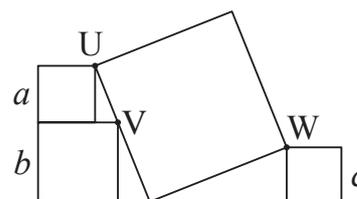


- A) 9    B)  $3\pi$     C)  $6\pi - 9$     D)  $\frac{10\pi}{3}$     E) 12

- 16** Deux réels  $p$  et  $q$  vérifient les inégalités  $0 < p < q$ . Lequel des nombres suivants est plus grand que les quatre autres ?

- A)  $\frac{p+3q}{4}$     B)  $\frac{p+2q}{3}$     C)  $\frac{p+q}{2}$     D)  $\frac{2p+q}{3}$     E)  $\frac{3p+q}{4}$

- 17** Quatre carrés sont disposés comme montré sur la figure. Les longueurs des côtés des trois plus petits sont indiquées :  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Les sommets U et W de deux petits carrés coïncident avec deux sommets opposés du grand carré. Le sommet V du carré de côté  $b$  est sur un côté du grand carré. Quelle est la longueur du côté du grand carré ?



- A)  $\frac{1}{2}(a+b+c)$     B)  $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$     C)  $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$   
D)  $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$     E)  $\sqrt{a^2+ab+b^2+c^2}$

- 18** Valentine a des cubes unités qui sont soit tout verts soit tout jaunes. Elle en utilise 27 pour faire un cube  $3 \times 3 \times 3$  et elle veut que la surface de ce cube soit moitié verte moitié jaune. Quel est le plus petit nombre de cubes verts qu'elle peut utiliser ?

- A) 9    B) 10    C) 11    D) 12    E) 13

- 19** Combien existe-t-il d'entiers positifs à 3 chiffres ayant au moins un chiffre 1 ou un chiffre 2 ou un chiffre 3 ?

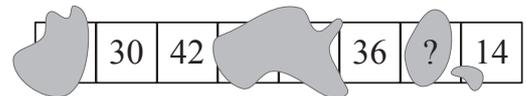
- A) 300    B) 330    C) 426    D) 501    E) 606

- 20** Le nombre  $\overline{pqrs}$ , composé des 4 chiffres  $p$ ,  $q$ ,  $r$  et  $s$ , est un entier naturel spécial. En plaçant une virgule entre le  $q$  et le  $r$ , le nombre décimal  $\overline{pq,rs}$  se trouve être la moyenne des deux nombres de deux chiffres  $\overline{pq}$  et  $\overline{rs}$ . Quelle est la somme des chiffres de  $\overline{pqrs}$  ?

- A) 14    B) 18    C) 21    D) 25    E) 27

- 21** Deux bougies de même longueur sont allumées en même temps. L'une d'elles va brûler en 4 heures et l'autre en 5 heures, chacune à vitesse constante. Combien d'heures après avoir été allumées l'une des bougies sera 3 fois plus longue que l'autre ?
- A)  $\frac{40}{11}$       B)  $\frac{45}{12}$       C)  $\frac{63}{20}$       D) 3      E)  $\frac{47}{14}$
- 22** Ambre a six cartes avec un nombre écrit de chaque côté de la carte. Les paires de nombres, recto et verso d'une même carte, sont : {5, 12}, {3, 11}, {0, 16}, {7, 8}, {4, 14} et {9, 10}. Les cartes sont à placer sur ces six emplacements et forment une opération :
- $$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$
- Quel est le plus grand résultat qu'Ambre peut obtenir ?
- A) 23      B) 24      C) 25      D) 26      E) 27
- 23** Léa a des dés à douze faces numérotées de 1 à 12 bien équilibrés : les probabilités d'obtenir chacun des nombres de 1 à 12 sont égales. Lorsqu'elle lance tous ses dés en même temps, la probabilité d'obtenir un et un seul 12 est égale à la probabilité de n'obtenir aucun 12 du tout. Combien de dés Léa a-t-elle ?
- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

- 24** Huit cases sont alignées et toutes contiennent initialement le nombre 0. Un *coup* consiste à choisir quatre cases consécutives et à ajouter 1 à chacun des nombres de ces quatre cases.



La figure montre les cases après un certain nombre de *coups* mais malheureusement de l'encre recouvre certaines cases. Quel nombre est écrit dans la case avec le point d'interrogation ?

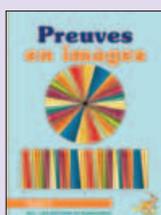
A) 24      B) 30      C) 36      D) 48      E) autre

*Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.*

- 25** Combien de couples d'entiers relatifs  $(m, n)$ , avec  $m \leq n$ , sont tels que leur produit est égal à 5 fois leur somme ?
- 26** Le nombre  $\overline{abcd}$ , composé des 4 chiffres  $a, b, c$  et  $d$ , est un entier naturel très spécial : il vérifie l'équation  $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$ . Combien vaut  $a$  (son chiffre des milliers) ?

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.  
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



**Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>**

**Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet**

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

**Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques**



**www.mathkang.org**